Kd. IX. 8 b.

Ma. 9. $\frac{1}{2}$[a]
(Arith.)

R. B.

Ld · IX · 816

Entwurf

eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollſtändigen

Unterrichts

in

der gemeinen Rechenkunſt

theoretiſch und praktiſch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben

von

Franz Michael Schumm,

Verwalter.

Zweites Heft,

die

Grundrechnung in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen) nebſt den nöthigen Vorbegriffen und Vorkenntniſſen mit den Decimalzahlen (zehntheiligen Brüchen) enthaltend.

Bamberg 1821.

Gedruckt bei Johann Friedrich Schmidt.

Staatliche
Bibliothek
Bamberg

Vorrede.

Auf häufiges Anfragen erhält nun das verehrliche Publikum das IIte Heft, und hiemit den rein theoretiſchen Theil meines Unterrichts in der gemeinen Rechenkunſt komplet. Nur bisheriger Drang vieler Berufsgeſchäfte hielt deſſen früheres Erſcheinen zurück.

Um dieſem nach der Aufſchrift durchgehends das gewünſchte Gemeinfaßliche, Gründliche und Vollſtändige möglichſt zu geben, mußte ich in dem Iten Hefte, wo ich, ſo zu ſagen, den Gruudſtein zu legen hatte, etwas weitläufiger, als in dem IIten ſeyn. Ob damit der Wunſch bei jedem Lehrlinge leicht zu erreichen ſei, mag der ſachkundige Leſer nicht eher beurtheilen, als bis er den unten §. 67 beigefügten Beſchluß durchgegangen, und geprüft hat.

Die übrigen Hefte, welche die theoretiſch-praktiſchen Theile des Unterrichts in der gemeinen Rechenkunſt gehörig auf einander folgend, beſonders enthalten, werden nun auch möglichſt bald nacherſcheinen.

Bamberg im Juni 1821.

Der Verfaſſer.

Dritter Unterricht
die
nöthigen Vorbegriffe und Vorkenntniſſe zur Grundrechnung in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen) betreffend.

Vorerinnerung.

Die erſten Begriffe und Kenntniſſe von den gebrochenen Zahlen (Brüchen) ſind bereits im I. Hefte gegeben worden, nämlich:

Was ein Bruch — und wie derſelbe zu verſtehen ſei = = = =	Seite 2
Wie ein Bruch auszuſprechen ſei , = , = = = =	22 bis 25
Wie ein Bruch an= oder niedergeſchrieben werde = = = = =	25 bis 26
Woher, und wie verſchieden ein Bruch entſtehen könne = =	32, 75, 76, 78, 79.

Die weiteren noch nöthigen Begriffe und Kenntniſſe der Brüche, beſonders zu ihrer Berechnung, ſind noch zu geben, welches nun in nachfolgenden zwei Abſchnitten geſchieht, wo dieſelbe nach gegebenem erſten Unterrichte in ganzen Zahlen deſto leichter und verſtändlicher beigebracht werden können.

Regiſter.

Erſtes Heft, erſter Unterricht.

I. Abſchnitt. Seite

Was iſt die Rechenkunſt? 1
Was iſt eine Zahl an und für ſich urſprünglich? . . . . Ebend.
Wie heißt die Urſprungs= oder Stammzahl? . . . . Ebend.
Was iſt eine ganze Zahl? 2
Was iſt eine gebrochene Zahl oder ein Bruch? . . . . Ebend.
Welches ſind genannte — welches ungenannte Zahlen? . . . . Ebend.
In welchen Zahlen wird theoretiſch, in welchen praktiſch gerechnet? oder was heißt theoretiſch, was praktiſch rechnen? . . . . Ebend.
Wie entſtehen neue und verſchiedene Zahlen? 3
Wie viele eigentliche Zahlenzeichen giebt es? . . . . Ebend.
Warum nur ſo wenige zu ſo vielen Zahlen? . . . . Ebend.

II. Abſchnitt.

Wie werden die eigentlichen neun Zahlzeichen als einfache ganze Zahlen ausgeſprochen? und wie heißen ſie? . . . . Ebend.
Welches iſt ihre Bedeutung nach der Ausſprache? 4
Wann entſtehen, und wie werden ausgedrückt mehrfache ganze Zahlen? . . . . . Ebend.
Was für ein uneigentliches Zahlzeichen wird hiebei erfordert, und wie heißt es? . . . Ebend.
Welche Bedeutung kann jedes der neun Zahlzeichen bekommen, um mehrfache ganze Zahlen damit auszudrücken? . . . . Ebend.
Wie heißen ſie nach ihrer verſchiedenen Bedeutung? . . . . 4 und 5
Wie weit ſteigt die Bedeutung der Zahlzeichen als einfache Zahlen? 5

II. Abſchnitt. Seite

Wie weit jederzeit mehr die Bedeutung derſelben als mehrfache Zahlen, oder welches iſt das Zehnzahlenſyſtem? 5

Warum und wann wird das uneigentliche Zahlzeichen, das 0, zum Ausdrucke mehrfacher Zahlen gebraucht, und was kann es alſo für verſchiedene Bedeutung haben? . . Ebend.

In welcher Stelle hat das Null gar keine Bedeutung? 6

Wie ſind mehrfache ganze Zahlen zu verſtehen und auszuſprechen, und zwar

a) Zehn und Zehner? . . . . 6 und 7

b) Hundert und Hunderte? 8

c) Tauſend und Tauſende? 9

d) Zehntauſend und Zehntauſende? 10

e) Hunderttauſend und Hunderttauſende? 11

f) Million und Millionen? 12

Wie ſind die mehrfachen ganzen Zahlen zu verſtehen und auszuſprechen? als: Billion und Billionen — Trillion und Trillionen — Quatrillion und Quatrillionen? . . . 13

Welche Abtheilung hat ſtatt, um große mehrfache ganze Zahlen leicht verſtehen und auszuſprechen? 13. 14. 15

III. Abſchnitt.

Wie werden die ganzen Zahlen nach ihrer Ausſprache an- oder niedergeſchrieben, und auf was hat man dabei beſonders ſein Augenmerk zu richten? . . . . . 16 bis 20

Warum können zehn- und einfache Tauſende, dann ein Tauſend und Hunderte nicht ſo kurz, als die Ausſprache lautet, auch angeſchrieben werden? 21

Wie macht man die Probe darüber, daß man eine große mehrfache Zahl richtig angeſchrieben habe? . . . . Ebend.

IV. Abſchnitt.

Mit welchen und mit wie vielen Zahlzeichen werden die gebrochenen Zahlen (Brüche) ausgedrückt oder angeſchrieben? 22

Warum und wie werden hier die Zahlzeichen doppelt gebraucht? . . . . . Ebend.

Welche Zahlzeichen heißen Zähler, und welche Nenner? und warum? . . . . . Ebend.

Welche Ausſprache nehmen die Zahlzeichen des Zählers, und welche jene des Nenners an? 22 bis 25

V. Abſchnitt. Seite

Wie werden die gebrochenen Zahlen (Brüche) angeſchrieben? und auf was hat man hier beſonders zu merken? . . . . 25 bis 26

VI. Abſchnitt.

Mit wie vielen und mit welchen Buchſtaben drücken die Lateiner ihre Zahlen beſonders aus? . 27

Wie heißt man dieſe Zahlen auch beſonders? . . . . Ebend.

Welche Bedeutung und Ausſprache hat jeder einzeln ſtehende Buchſtabe? . . . . Ebend.

Welche Bedeutung und Ausſprache hat jeder Buchſtabe doppelt und mehrfach geſetzt? . . Ebend.

Welche Bedeutung und Ausſprache haben die verſchiedentlich zuſammengeſetzte Buchſtaben bei verwechſelter Vor= oder Nachſetzung? . . . . 27 bis 30

Wo brauchen auch die Deutſchen die lateiniſchen Buchſtaben ſtatt ihrer Zahlzeichen? . . 28

Welche dergleichen Buchſtaben gebrauchen die gemeinen Leute bei ihren kleinen Alltagsrechnungen, und wie? . . . . 28 und 29

Erſtes Heft, zweiter Unterricht.

I. Abſchnitt.

Was heißt Rechnen, und Nichtrechnen? 30

Welche Zahlen gehören zum Rechnen? . . . . Ebend.

Wie verſchieden können die ganzen Zahlen ſeyn, mit welchen man zu rechnen hat? . . Ebend.

Welche von den ein= und mehrfachen ganzen Zahlen gegen einander betrachtet heißt man

a) gleiche Zahlen
b) ungleiche
c) gerade
d) ungerade? 31

Welche Veränderung geht mit den Zahlen vor, wenn man rechnet? oder was lehrt die Rechenkunſt? . . . . Ebend.

Wie und auf wie vielerlei Arten werden

a) die Zahlen vermehrt
b) dieſelben vermindert? 32

Wie viele Rechnungsarten oder Species giebt es? und wie heißen ſie? 33

Womit rechnet man leicht und geſchwind in denſelben? und zwar

I. Abſchnitt. Seite
a) im allgemeinen)
b) insbeſondere?) 33

II. Abſchnitt.
Was heißt Addiren in ungenannten ganzen Zahlen? 34
Welche Zahlen heißen: Summirende oder Poſten? . . . . Ebend.
Welche Zahl heißt Summe oder Betrag? . . . . Ebend.
Was iſt eine Summe? . . . . Ebend.
Wie viele und welche Zahlen können zum Addiren gegeben werden? . . . . Ebend.
Wie addirt man pure einfache Zahlen? . . . . Ebend.
Wie addirt man einfache und mehrfache oder pur mehrfache Zahlen? oder wie viele und was für Additionsregeln giebt es allda? 35
Wie addirt man leicht und geſchwind
a) viele und große gleiche Zahlen? 38
b) viele und große verſchiedene Zahlen? 39
Wie viele und was für beſondere Additionsvortheile giebt es? . . . . 40 und 41
Was heißt das: Probe machen beim Rechnen? 44
Wie geſchieht die erſte Probe über die Addition? . . . . Ebend.
Wie kann man durch die Addition eine Probe über das richtige Anſchreiben großer ganzer Zahlen machen? . . . . Ebend.
Wann iſt die letzte Probe beſonders gut und nothwendig? 45

III. Abſchnitt.
Was heißt Subtrahiren in ungenannten ganzen Zahlen? . . . . . . Ebend.
Welche Zahl heißt hier Minuendus? 46
Welche Subtrahendus? . . . . Ebend.
Welche Differenz oder Reſt? . . . . Ebend.
Was iſt Differenz oder Reſt für eine Zahl? . . . . Ebend.
Wie viele und welche Zahlen werden zum Subtrahiren erfordert? . . . . . Ebend.
Warum können hier keine gleiche Zahlen ſeyn? . . . . Ebend.
Warum kann der Minuendus nicht kleiner als der Subtrahendus ſeyn? . . . Ebend.
Wie ſubtrahirt man pur einfache Zahlen von einander? . . . . . . Ebend.
Wie ſubtrahirt man von einer mehrfachen Zahl eine einfache? oder mehrfache Zahlen von einander? wie viele und was für Subtractionsregeln giebt es alſo? . . . 47

III. Abſchnitt. Seite

Wie läßt ſich erklären, daß bei vielen Nullen in dem Minuendus das erſte Null 10, die übrigen nur 9 bei einer Entlehnung gelten? 52
Wie viele und was für beſondere Subtractionsvortheile giebt es? . . . . . 54 bis 55
Wie geſchieht die Probe über die Subtraction? 57
Wie geſchieht durch die Subtraction die beſte Probe über die Addition? . . . . Ebend.
Wie kann man den unbekannten Minuendus erfinden, wenn der Subtrahendus und Reſt nur bekannt ſind? 58
Wie kann der Subtrahendus erfunden werden, wenn nur Minuendus und Reſt bekannt ſind? . . . . Ebend.

IV. Abſchnitt.

Was heißt multipliciren in ungenannten ganzen Zahlen? 59
Wie viele Zahlen werden daher zum jedesmaligen Multipliciren nur erfordert? . . . Ebend.
Wie heißt man im allgemeinen die mit einander zu multiplicirenden Zahlen? und wie jede insbeſondere? . . . . Ebend.
Wie heißt die daraus entſtehende neue Zahl? . . . . Ebend.
Was iſt Faktum oder Produkt alſo für eine Zahl? . . . . Ebend.
Welche große Zahl iſt das Faktum oder Produkt? . . . . Ebend.
Was für eine Rechnungsart iſt die Multiplication kurz zu nennen? 60
Was für zwei Zahlen werden zum Multipliciren erfordert? . . . . . . Ebend.
Welche kann hievon zum Multiplicator, und welche zum Multiplicandus genommen werden? . Ebend.
Wie werden pur einfache Zahlen mit einander multiplicirt? . . . . . . Ebend.
Wie wird eine mehrfache Zahl mit einer einfachen multiplicirt? oder was für und wie viele Multiplicationsregeln giebt es allda? . . . . 60 bis 62
Wie werden mehrfache Zahlen mit einander multiplicirt? oder was für und wie viele Multiplicationsregeln ſind hier? . . . . 65 bis 67
Für welche Fälle giebt es beſondere Multiplications-Vortheile, und wie viele? . . . 71 bis 73
Wie geſchieht die erſte Probe über die Multiplication? 75

V. Abſchnitt.

Was heißt Dividiren in ungenannten ganzen Zahlen? . . . . Ebend.
Welche Zahl heißt Diviſor? welche Dividendus? . . . . Ebend.
Welche Zahl heißt Quotient oder Quotus? 76

V. Abſchnitt. Seite

Was iſt der Quotient für eine Zahl an und für ſich? 76

Was iſt der Quotient bei in einander dividirten nicht gleichen Zahlen in Beziehung auf den Diviſor? und in Beziehung auf den Dividendus? 77

Warum iſt das Dividiren ſo viel, als allmähliges, wiederholtes Abziehen des Diviſors von dem Dividendus? . . . . Ebend.

Was für eine Rechnungsart iſt alſo die Diviſion kurz zu nennen? und warum? . . . 78

Was für ein Unterſchied iſt zwiſchen der Diviſion und Subtraction? . . . . . Ebend.

Warum können der Diviſor und Dividendus gleiche Zahlen ſeyn? oder warum kann der Diviſor größer oder kleiner, als der Dividendus ſeyn? . . . . . Ebend.

Was entſteht für eine Theilung, wenn der Diviſor und Dividendus gleiche Zahlen ſind? . Ebend.

Was entſteht für eine verſchiedene Theilung, wenn der Diviſor kleiner als der Dividendus iſt? Ebend.

Was entſteht für eine Theilung, wenn der Diviſor größer, als der Dividendus iſt? . . 79

Wie entſteht ein eigentlicher oder ächter Bruch? und was zeigt er an? . . . . Ebend.

Wie entſteht ein uneigentlicher oder unächter Bruch? und was zeigt dieſer an? . . . Ebend.

Welches ſind die Diviſionszeichen bei ganzen Zahlen? 80

Wie werden gleiche Zahlen in einander dividirt? oeer welches iſt bei dieſen immer der Quotient? Ebend.

Wie wird die Diviſion einer größeren Zahl in eine kleinete angezeigt? oder wie wird da dividirt? Ebend.

Wie wird dividirt, wenn eine kleinere Zahl in eine größere zu dividiren iſt, wo der Diviſor und Dividendus einfache Zahlen ſind, oder wo der Diviſor eine einfache, der Dividendus aber eine mehrfache Zahl iſt? wie viele und was für Diviſionsregeln ſind allda? . . . . 81 bis 82

Wie wird dividirt, wenn eine kleinere Zahl in eine größere zu dividiren iſt, wo beide Zahlen mehrfach ſind? wie viele und was für Diviſionsregeln ſind alsdann zu bemerken? 89 bis 93

Welches iſt ein allgemeiner Hauptvortheil zum geſchwinden Dividiren? 105

Welches iſt der beſondere Hauptvortheil zum geſchwinden Dividiren? . . . . Ebend.

Was heißt Zahlen verkleinern, heben? 106

Wie viele Zahlen können gegen einander verkleinert, gehoben werden? . . . . Ebend.

Auf wie vielen und welchen Regeln gründet ſich das Verkleinerungsſyſtem der Zahlen? . 106 bis 108

Welche Zahl heißt die Verkleinerungs= oder Hebezahl? 108

Wann iſt dieſe Zahl leicht zu finden, wann nicht? . . . . Ebend.

Wie viele und was für beſondere Regeln zur Erfindung der Verkleinerungszahl giebt es? 109 bis 116

Welchen Vortheil hat man von der Verkleinerung zweier Zahlen gegen einander? . . 117 bis 118

V. Abſchnitt. Seite

Was hat man beſonders zu beobachten, wenn man zwei Zahlen gegen einander verkleinert? . 117
Wo wird die Verkleinerung zweier Zahlen gegen einander am vortheilhafteſten angewandt? und was hat man allda noch beſonders zu bemerken? . . . . . . 121 bis 122
Wie geſchieht die Probe über die Diviſion? 127
Wie geſchieht durch die Diviſion die beſte Probe über die Multiplication? 129

Zweites Heft, dritter Unterricht.

Vorerinnerung.

Worin beſtehen die erſten Begriffe und Kenntniſſe von den gebrochenen Zahlen (Brüchen)? . 131

I. Abſchnitt.

In welchen Fällen nimmt eine ganze Zahl eine Bruchsgeſtalt an? . . . . . Ebend.
Wann nimmt eine ganze Zahl eine eigentliche Bruchsgeſtalt an, und wann nicht? . . Ebend.
Wie iſt ein eigentlicher, ächter Bruch — und wie ein uneigentlicher, unächter Bruch zu verſtehen? Ebend.
Wie viel iſt ein eigentlicher — und wie viel ein uneigentlicher Bruch? . . . . . Ebend.
Wie wird ein eigentlicher ächter Bruch zu einem Ganzen, oder zu 1, der Stammzahl, erhoben? Ebend.
Wie werden aus einem uneigentlichen unächten Bruche die Ganzen mit oder ohne Reſt erhalten? oder wie kann daraus eine ganze Zahl und ein eigentlicher Bruch entſtehen? . Ebend.
Auf wie vielerlei Art können ganze Zahlen in unächte, uneigentliche Brüche verwandelt werden? 132
Wie verſchieden können die eigentlichen, ächten Brüche für ſich betrachtet ſeyn? . . . Ebend.
Was iſt ein purer Bruch? . . . . Ebend.
Was iſt ein gemiſchter Bruch? . . . . Ebend.
Was iſt ein einfacher Bruch? 133
Was iſt ein zuſammengeſetzter Bruch? . . . . Ebend.
Wie kann auch ein zuſammengeſetzter gemiſchter Bruch vorkommen? . . . Ebend.
Wie verſchieden können die Brüche gegen einander betrachtet ſeyn? . . . . . Ebend.
Welche Nenner können ſie haben? . . . . Ebend.
Welche Brüche ſind einander gleich, welche nicht? . . . . Ebend.
Welcher Bruch iſt größer, als der andere? . . . . Ebend.
Auf wie vielerlei Art kann man leicht erkennen, daß ein Bruch größer, als der andere ſey? . 134

II. Abſchnitt. Seite

Was giebt es für eine allgemeine Regel, dieſen Unterſchied jederzeit leicht zu erkennen? . . 134
In welchen andern Bruch läßt ſich ein purer Bruch verwandeln? . . . . . . Ebend.
Auf welche Art geſchieht dieſe Verwandlung? 135
In welchen Fällen entſteht ein anderer größerer Bruch? . . . . . . Ebend.
In welchen Fällen entſteht ein anderer kleinerer Bruch? . . . . . . Ebend.
Wann entſteht ein anderer Bruch, welcher aber weder größer noch kleiner, als der vorige iſt? und warum? . . . . Ebend.
In welchen andern Bruch kann ein gemiſchter Bruch verwandelt werden? . . . . Ebend.
Wie kann ein kleiner zuſammengeſetzter Bruch in einen einfachen, eben ſo vielgültigen Bruch verwandelt werden? 136
Wie geſchieht dies bei einem größern zuſammengeſetzten Bruch? . . . . . Ebend.
Wie geſchieht eben dies bei einem zuſammengeſetzten gemiſchten Bruche, und womit kann man ſich ſolches deutlich erklären? . . . . Ebend.
Welche von dieſen Verwandlungen iſt bei den Bruchrechnungen die wichtigſte? die Verwandlung eines Bruchs in einen größeren und kleineren? oder die Verwandlung eines Bruches in einen anderen nicht mehr und weniger geltenden? 137
Aus welchen Urſachen muß man beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen (Brüchen) beſonders darauf ſehen, ob die Brüche verſchieden ſeyen, oder nicht? . . . . Ebend.
Auf welche Grundregel beruht die Verwandlung zweier und mehrerer Brüche mit verſchiedenen Nennern in andere Brüche mit einerlei Nennern? 138
Auf welche leichtere Art kann dieſe Verwandlung immer geſchehen? 139
Wie viele und was für beſondere Vortheile zur Erleichterung der erſten Multiplication hiebei giebt es? . . . . 140 bis 144
Auf welche Grundregel beruht die Verwandlung der Brüche in andere gleichgültige mit kleinern Nennern und Zählern, oder die Verkleinerung, Hebung der Brüche? . . 145
Welche Zahl iſt hier die Verkleinerungs- oder Hebezahl? . . . . . . Ebend.
In welchen Fällen iſt die Verkleinerungs- oder Hebezahl ſchon an den Brüchen ſelbſt zu erkennen? Ebend.
Wie wird ſie erſt erfunden, oder welches ſind die Verkleinerungsregeln? . . . . Ebend.
Welche Verkleinerungs- oder Hebezahl iſt die beſte? 146
Welche allgemeine Regel giebt es, dieſe Verkleinerungs- oder Hebezahl zu finden, wenn keine der beſondern Regeln anſchlagen will? . . . . Ebend.
Wie iſt ein nicht zu verkleinernder Bruch beiläufig zu ſchätzen? 147

Zweites Heft, vierter Unterricht.

I. Abſchnitt. Seite

Warum laſſen ſich die Brüche auch addiren, ſubtrahiren, multipliciren und dividiren? . . 148
Was heißt addiren in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? . . . . . Ebend.
Wie viele und welche beſondere Additionsregeln giebt es für Brüche? . . . . Ebend.
Worin beſteht das leichteſte Additionsverfahren bei ungenannten Brüchen? . . . 149
Wie geſchieht die erſte Probe über dieſe Addition? 155

II. Abſchnitt.

Was heißt ſubtrahiren in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? . . . 155 bis 156
Wie viele und welche beſondere Subtractionsregeln giebt es für Brüche? . . . . Ebend.
Worin beſteht das leichteſte Subtractionsverfahren bei ungenannten Brüchen? . . 156 bis 160
Wie geſchieht die Probe über dieſe Subtraction? 160
Wie geſchieht durch dieſe Subtraction die beſte Probe über die Addition bei ungenannten Brüchen? 161

III. Abſchnitt.

Was heißt Multipliciren in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? . . . . Ebend.
Welche Zahl iſt die Hauptzahl bei dieſem Multipliciren? 162
Wann giebt dieſe Multiplication ganze Theile ohne Bruch? . . . . . . Ebend.
Wann ganze Theile mit Bruchstheilen? . . . . 162 bis 164
Wann bloße Bruchstheile? . . . . Ebend.
Wie viele und welche beſondere Multiplicationsregeln gelten für Brüche? . . . 164 bis 165
Worin beſteht hier das leichteſte und geſchwindeſte Multiplicationsverfahren? . . 165 bis 174
Wie geſchieht die erſte Probe über dieſe Multiplication? 174

IV. Abſchnitt.

Was heißt Dividiren in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? 175
Welche Zahl iſt hier die Hauptzahl? . . . . Ebend.
Wann giebt dieſe Diviſion ganze Theile ohne Bruch? . . . . Ebend.
Wann ganze Theile mit Bruchstheilen? 176
Wann bloße Bruchstheile? 177
Wie viele und welche beſondere Diviſionsregeln gelten für Brüche? . . . . 177 bis 178
Worin beſteht das leichteſte und geſchwindeſte Diviſionsverfahren? . . . . 178 bis 184

IV. Abſchnitt. Seite
Wie geſchieht die Probe über die Diviſion in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? . 185
Wie geſchieht durch dieſe Diviſion die beſte Probe über die Multiplication in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen)? 186

Zweites Heft, fünfter Unterricht.

Voretinnerung.
Was giebt es nebſt den gemeinen gebrochenen Zahlen (Brüchen) noch für beſondere Brüche? . 187

I. Abſchnitt.
Welches iſt, oder wie heißt die Stammzahl von den Decimalzahlen? . . . . Ebend.
Warum ſind ſie ſtatt der gemeinen Brüche eingeführt worden? . . . . . Ebend.
Woher iſt der Name Decimalzahl? . . . . Ebend.
Warum ſcheinen die Decimalzahlen einfacher, als die gemeinen Brüche zu ſeyn? . . Ebend.
Was können die Decimalzahlen (zehntheilige Brüche) für Nenner haben? . . . . Ebend.
Warum drücken die Decimalzahlen ſtatt der gemeinen Brüche gebraucht nicht mehr oder weniger als dieſelbe aus? oder warum ſind ſie nicht größer oder kleiner? . . . 188
Was iſt nun eine Decimalzahl oder Decimalbruch? 189
Wie werden die Decimalzahlen geſchrieben, wie ſind ſie aber zu verſtehen? . . . Ebend.
Wann bedeuten ſie Zehntel, wann Hundertel, wann Tauſendtel? . . . . Ebend.
Woran kann man erkennen, ob der Nenner als 10, oder 100, oder 1000 ꝛc. zu verſtehen ſey? . . . . Ebend.
Wie werden Decimalzahlen von ganzen Zahlen unterſchieden? . . . . . Ebend.
Wann wird den Decimalzahlen links ein Null vorgeſetzt? . . . . . . Ebend.
Was hat man zu bemerken, um beim Anſchreiben der Decimalzahlen nicht zu fehlen? . . 190
Wann ſetzt man ſtatt der Dezimalzahlen Nullen oder hängt man den Decimalzahlen Rechts Nullen an? und wie viele Nullen? 191
Nach welcher Grundregel und wie wird ein gemeiner Bruch in einen Decimalbruch verwandelt? . . . . Ebend.
Was giebt es für eine allgemeine Regel, einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln? 192
Wenn bei dieſer Verwandlung einigemal nicht gerade aus dividirt werden kann; wie lange kann man fortdividiren? und wie zeigt man dieſes an? 194

I. Abſchnitt. Seite

Wann wird beim nicht gerade aus dividiren die erſte Decimalzahl Rechts um 1 vergrößert? . 195
Welche Decimalzahlen heißen vollendete, oder endliche? welche unvollendete, unendliche? 195 bis 196
Wann und warum iſt eine gemeine Bruchrechnung beſſer, als eine Decimalbruchrechnung? . 196
In welcher Hinſicht ſcheinen die Decimalzahlen leichter, als die gemeinen Brüche zu ſeyn? . Ebend.
In welchen Rechnungsarten ſind aber doch die gemeinen Brüche leichter, als die Decimalzahlen zu behandeln? . . . . Ebend.

II. Abſchnitt.

Wie werden die Decimalzahlen addirt? . . . . Ebend.
Wie dieſelbe ſubtrahirt? 197
Wie wird beſonders ein unendlicher von einem endlichen Decimalbruche ſubtrahirt? . . 199
Wie werden die Decimalzahlen multiplicirt? . . . . Ebend.
Wie werden die Decimalzahlen dividirt? 201
Auf welche allgemeine Regel beruht dieſe Diviſion? . . . . . . Ebend.
Wie viele und was für beſondere Diviſionsregeln ſind dabei zu bemerken? 202

Beſchluß des Fundamental-Unterrichts.

Welches muß das erſte und Hauptſtudium für den Lehrling in der gemeinen Rechenkunſt ſeyn? 208
Wie erleichtert er ſich dies Studium? . . . . Ebend.
Welches muß das zweite Hauptſtudium für den Lehrling in der allgemeinen Rechenkunſt ſeyn? . 217
Wie iſt dies Studium zu treiben und zu erleichtern? . . . . . . Ebend.

Zu verbeſſernde Druckfehler.

	Seite	§.	Zeile	Fehler	Verbeſſerung
Im erſten Hefte	1	1	5	z. B. einen	z. B. ein
	24	—	10	$\frac{1}{100}$	$\frac{2}{100}$
	17	14	4	hießen	heißen
	88	—	letzte	5 mal 8 in	5 mal 8 iſt
	104	—	5	1821,5	1822,5
II. Tabelle zur	39	—	—	39	33
Ebend.	—	—	8	2 mal 2	1 mal 2
Im zweiten Hefte	132	—	11	dem 15 gleich	dem 5 gleich
Ebend.		—	16	$\frac{195}{9}$	$\frac{195}{5}$
	195	—	—	135	195
	196	—	10	wenigens	wenigſtens

Noch einige dergleichen etwa ſich zeigende Fehler beliebe der ſachkundige Leſer ſelbſt geneigteſt zu verbeſſern.

I. Abſchnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 41.

Ganze Zahlen nehmen nach Heft I. S. 79 eine Bruchsgeſtalt an, d. h. werden als Brüche vorgeſtellt, wenn

1) eine größere Zahl in eine kleinere dividirt, z. B. 8 in 3 dividirt giebt 3/8.

2) Wenn gleiche Zahlen in einander dividirt werden, oder eine kleinere Zahl in eine größere dividirt, z. B. 8 in 8 dividirt, drückt 8/8, oder 8 in 9 dividirt, drückt 9/8 aus.

Erſtere Vorſtellung drückt aus, daß die Diviſion vollendet, und nur eine Bruchstheilung, ein eigentlicher Bruch vorhanden ſei; letztere aber ſagt, daß die Diviſion noch unvollendet, und nach den Diviſionsregeln erſt eine gleiche ganze oder dabei Bruchstheilung herzuſtellen, alſo noch kein eigentlicher Bruch vorhanden ſei.

Demnach wird 3/8 alſo verſtanden: wenn ſich 8 in 3 theilen, ſo bekömmt einer oder jeder 3/8.

8/8 bedeutet 8 in 8 getheilt, welches 1 Ganzes giebt, d. h. wenn ſich 8 in 8 theilen, ſo bekommt jeder einen ganzen Theil.

9/8 bedeutet 8 in 9 getheilt, welches $1\frac{1}{8}$ giebt, d. h. wenn 8 ſich in 9 theilen, ſo bekommt jeder einen ganzen und einen Bruchstheil, das iſt hier ein achtels Theil.

18/9 bedeutet 9 in 18 getheilt, welches 2 Ganze giebt.

Daraus iſt zugleich erſichtlich, daß ein eigentlicher, ächter Bruch immer weniger, als ein Ganzes ſei; aber ein uneigentlicher, unächter Bruch nicht nur ein Ganzes, ſondern auch mehrere Ganze mit und ohne Bruchsreſt enthalten könne. Wie viele Theile fehlen, daß ein ächter Bruch ein Ganzes ausmache, erkennt man daran, wenn man dem Zähler ſo viele Eins oder Stammbrüche zuzählt, daß er dem Nenner gleich wird; und wie viele Ganze ein unächter Bruch mit oder ohne Reſt enthalte, ſieht man aus der Diviſion des Nenners mit dem Zähler, z. B. zu 3/8 fehlen noch 5/8, ſo iſt es 1 Ganzes, und 8/8 enthält 1 Ganzes, 19/8 enthält 2 Ganze und 3/8.

Aus einem uneigentlichen Bruche kann daher durch die Diviſion eine ganze Zahl und ein eigentlicher Bruch entſtehen. Da alle uneigentliche Brüche auf gleiche Art durch die Diviſion endlich zu behandeln ſind, ſo hat man von denſelben nur noch dieſes zu bemerken:

a) Jede ganze Zahl kann mit unterſeztem Bruchszeichen, und der Stammzahl 1 als ein uneigentlicher Bruch vorgeſtellt werden, z. B. 8 durch 8/1, welches 8 Ganze bedeutet.

b) Desgleichen mit unterſeſzten Bruchszeichen und ihr gleichen Zahl, z. B. 1 durch 1/1 — 8 durch 8/8 — weil hier immer nur ein Ganzes zu verſtehen iſt.

c) Ferner, wenn man eine ganze Zahl durch eine andere, als die Stammzahl 1 multiplicirt, und das Produkt zum Zähler, und die multiplicirend geweſene Zahl zum Nenner ſetzt, z. B. 5 mit 3 multiplicirt giebt 15/3, denn dadurch wird nur eine ganze Zahl als ein Ganzes in eine Anzahl beſtimmter gleicher Theile zertheilt, hier in 15 Drittel, welche dem 15 gleich ſind, weil ein Ganzes ſo viel, als alle ſeine Theile iſt und 3 in 15 dividirt 5 giebt. Man heißt dies ganze Zahlen in Brüche verwandeln, oder zu Brüche machen, z. B. hier 5 Dritteln, oder ſagen: wie viel Drittel ſind 5 Ganze? desgleichen: wie viel Halbe machen 6 Ganze? Antw. 12/2.

oder: wie viel Viertel ſind 10 Ganze? Antw. 40/4.

oder: wie viel Fünftel ſind 39 Ganze? Antw. $\frac{195}{5}$.

Mehreres iſt von der Verſchiedenheit der eigentlichen, ächten Brüche, und derſelben Verwandlungen wieder in andere Brüche zu bemerken, wie in nachfolgenden §§. ſoll gelehrt werden.

§. 42.

Die eigentlich oder ächt gebrochenen Zahlen (Brüche) ſind wegen ihrer Verſchiedenheit für ſich und gegen einander zu betrachten.

I. Für ſich betrachtet können ſie

a) allein oder ganzen Zahlen angereiht ſtehen. Die allein ſtehenden heißt man pure Brüche, als: 1/2 — 3/4 — 2/3 — 4/5 ꝛc. ꝛc. — Die angereihten gemiſchten Brüche, als: $3\frac{1}{4}$ — $4\frac{7}{12}$ — oder $1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{2}$ — $3\frac{1}{2}$ — welche man kurz anderthalb, dritthalb, vierthalb ausſpricht. Wie dieſe beiden Brüche entſtehen zeigt Heft I. Seite 79.

b) Sie können einfach oder zuſammengeſetzt ſeyn. Einfache Brüche ſind, welche nur einen Bruch durch einen Zähler und einen Nenner ausdrücken, z. B. 3/4 — 10/17. — Zuſammengeſetzte Brüche ſind, welche einen doppelten Bruch, Bruchsbruch, gebrochenen Bruch, durch 2 Nenner und 1 Zähler, oder 2 Zähler und 2 Nenner ausdrücken, z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ bedeutet ein halb Viertel, oder das Halbe von 1/4. — $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ bedeutet ein halb 3/4, oder ein Halbes von 3/4; alſo auch $\frac{\frac{1}{4}}{8}$ und $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{8}}$ ꝛc. ꝛc.

* Die doppelten Brüche mit 2 Nennern und 1 Zähler kommen gewöhnlich auch als gemiſchte Brüche vor, z. B. von 1/2 Drittel $1\frac{1}{2}$ Drittel — $2\frac{1}{2}$ Drittel ꝛc. von 1/2 Viertel — $1\frac{1}{2}$ Viertel — $2\frac{1}{2}$ Viertel — $3\frac{1}{2}$ Viertel.

II. Gegen einander betrachtet können ſie ſeyn

1) Brüche mit einerlei, oder verſchiedenen Nennern, z. B. 1/5 — 2/5 — 3/5 — 4/5 — oder 3/4 — 5/6 — 7/8.

2) Gleich oder ungleich. Gleich für ſich ſind, welche gleiche Zähler und Nenner haben, z. B. 1/2 und 1/2 — 3/4 und 3/4 ꝛc. — Gleich, ſagt man auch, ſind 2, 3, oder mehrere beiſammenſtehende Brüche, wenn man jeden Bruch mit ſeinem Zähler dividirt, und überall der nämliche Quotient herauskömmt, wo alſo Zähler und Nenner gleiches Verhältniß zu einander haben. Iſt keines von beiden, ſo heißt man ſie ungleich, z. B. 2/4 — 3/6 — 4/8 — 5/10 ſind gleiche Brüche. — 2/4, 1/4, oder 2/4, 2/8 ſind ungleiche Brüche.

3) Können die Brüche gegen einander betrachtet, größer und kleiner ſeyn. Größer ſagt man insgemein von 2 Brüchen iſt jener, deſſen Zähler ein größeres Verhältniß zu ſeinem Nenner

hat, wo nämlich der Zähler wenigermal im Nenner enthalten iſt, z. B. 4/5 iſt größer als 2/5, denn 2 iſt in 5 enthalten $2\frac{1}{2}$mal, und 4 in 5 nur $1\frac{1}{4}$mal, demnach iſt kleiner jener Bruch, welcher ein kleineres Verhältniß zu ſeinem Nenner hat, wo alſo der Zähler mehrmal im Nenner enthalten iſt, z. B. 1/2 iſt weniger, als 3/4, weil 1 in 2 enthalten iſt 2mal, und 3 in 4 nur $1\frac{1}{3}$mal.

* Hat man zwei Brüche mit einerlei Nennern, ſo iſt jener Bruch größer, welcher einen größeren Zähler hat, z. B. 3/4 iſt größer, als 1/4, denn hier iſt 1 in 4 Viertel getheilt, alſo 3 von dieſen 4 Vierteln ſind gewiß mehr, als 1 Viertel.

** Hat man zwei Brüche mit verſchiedenen Nennern, welche aber die nämlichen Zähler haben, ſo iſt jener Bruch größer, welcher einen kleineren Nenner hat; z. B. 3/4 iſt größer als 3/8, denn im erſten Falle iſt das Ganze in 4 Theile zertheilt, im zweiten aber in 8 Theile, folglich ſind im letzten Falle die Theile kleiner.

*** Um jederzeit leicht unterſcheiden zu können, welcher von 2 Brüchen der größere ſei, giebt es auch die allgemeine Regel: man ſetzet zu jedem Zähler ein oder mehrere Nullen, und dividirt jeden derſelben durch ſeinen Nenner, ſo wird man ſehen, daß jener Bruch der größere ſei, deſſen Quotient der größte iſt, z. B. 4/5 iſt größer, als 5/7; denn 40 mit 5 dividirt giebt zum Quotienten 8 — und 50 mit 7 dividirt giebt zum Quotienten $7\frac{1}{7}$.

II. Abſchnitt.

Verwandlungen der Brüche in andere.

§. 43.

Die Grundrechnung in gebrochenen Zahlen (Brüchen) ſetzt nebſt der Kenntniß von den verſchiedenen Brüchen beſonders auch eine Kenntniß von den verſchiedenen Verwandlungen derſelben wieder in andere Brüche voraus.

Ein purer Bruch läßt ſich in einen anderen dergleichen Bruch verwandeln, welcher entweder größer und kleiner, oder eben ſo viel, als der vorige iſt.

Da ein purer Bruch auch eine Zahl iſt, welche ſich vermehren und vermindern läßt, ſo geſchehen dieſe Verwandlungen auf die kürzeſte Art durch die Multiplication und Diviſion. Nämlich

I. ein purer Bruch wird größer, wenn ich

1) den Zähler mit einer welch immer multiplicirenden ganzen Zahl multiplicire, und den Nenner unverändert laſſe, dadurch bekomme ich mehrere Theile, z. B. 2/5 mit 2 zu 4/5 gemacht;

2) wenn ich den Nenner mit einer ohne Reſt gerade aus dividirenden ganzen Zahl dividire, und den Zähler beibehalte; dadurch bekomme ich größere Theile, z. B. 5/12 mit 2 zu 5/6 gemacht.

II. Ein purer Bruch wird kleiner, wenn ich

1) den Zähler mit einer ohne Reſt gerade aus dividirenden ganzen Zahl dividire, und den Nenner beibehalte; dadurch bekomme ich wenigere Theile, z. B. 6/9 mit 3 zu 2/9;

2) wenn ich den Nenner mit einer welch immer multiplicirenden ganzen Zahl multiplicire, und den Zähler beibehalte; dadurch bekomme ich kleinere Theile, wovon doch nicht mehrere genommen werden, als vorher von den größern, z. B. 6/9 mit 3 zu 6/27 gemacht.

III. Ein anderer, weder größerer noch kleinerer, purer Bruch entſteht, wenn ich ſowohl den Zähler als Nenner eines puren Bruchs mit einerlei ganzen Zahl multiplicire oder dividire; denn

1) der aus dieſer Multiplication entſtehende andere Bruch iſt nicht größer, weil, was durch die Multiplication des Zählers zugehet, eben ſo viel wieder durch die Multiplication des Nenners verlohren wird, z. B. 5/6 mit 2 multiplicirt giebt 10/12. Eben ſo

2) iſt der aus dieſer Diviſion entſtehende andere Bruch nicht kleiner; denn um was der Bruch durch die Diviſion des Zählers kleiner wird, um das oder eben ſo viel wird er durch die Diviſion des Nenners wieder größer, z. B. 10/12 mit 2 dividirt giebt 5/6.

* Ein gemiſchter Bruch, welcher lediglich als Quotient von einer vollendeten Diviſion zu betrachten iſt, kann nur in einen puren, aber unächten Bruch auf dieſe Art verwandelt werden, wenn man nach der Proberegel über die Diviſion in ganzen Zahlen Heft I. Seite 127 den Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt, und dem Produkte zuletzt den Zähler einzählt, dann dies neue Product in Bruchsgeſtalt mit unterſchriebenem vorigen Nenner anſetzt; denn dadurch werden die gleich großen Theile nur auf ihre vorige

Summe zurückgebracht (reducirt) dargeſtellt: z. B. bei $3\frac{1}{4}$ wird 4 mit 3 multiplicirt und 1 hinzugezählt. Es giebt 13 und 4 unterſchrieben $\frac{13}{4}$, welches eben ſo viel iſt, als $3\frac{1}{4}$.

** Zuſammengeſetzte Brüche werden in gleichgültige einfache Brüche auf dieſe Art verwandelt, und zwar

a) mit 1 Zähler und 2 Nennern alſo: der eine Zähler wird ſtehen gelaſſen, und die beiden Nenner mit einander multiplicirt. Das Produkt wird der neue Nenner, z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ wird ſo $\frac{1}{8}$.

b) Bei größeren zuſammengeſetzten Brüchen mit 2 Zählern und 2 Nennern werden die Zähler und Zähler — Nenner und Nenner mit einander multiplicirt, z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ wird ſo $\frac{3}{8}$.

c) Bei gemiſchten zuſammengeſetzten Brüchen wird der unterſte Nenner anfangs weggedacht, daß nur ein einfach gemiſchter Bruch daſtehe, welcher dann zu einen puren unächten Bruch gebildet wird, deſſen Nenner hernach mit dem vorigen multiplicirt wird, z. B. bei $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ wird gedacht $3\frac{1}{2}$, welcher auf den unächten Bruch 7/2 nach vorigem * zu bringen iſt. Nun deſſen Nenner 2 mit dem vorigen Nenner 4 multiplicirt giebt den einfachen Bruch 7/8, welcher nicht mehr und weniger als $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ iſt.

Um dieſes klar einzuſehen wollen wir es durch Beiſpiele anſchaulich machen, als: $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Gulden bedeutet die Halbſcheid von 1/4 Gulden. Ein Gulden gilt 60 kr. — 1/2 Gulden 30 kr. — 1/4 Gulden 15 kr. Die Halbſcheid hievon $7\frac{1}{2}$ kr. Da $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ Gulden einfach verwandelt 1/8 Gulden giebt, 1/8 Gulden aber $7\frac{1}{2}$ kr. ausmacht (8 in 60 dividirt giebt $7\frac{1}{2}$) ſo ſieht man hieraus klar, das $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ ſo viel als 1/8 ſei.

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ Gulden bedeutet die Halbſcheid von 3/4 Gulden, welche 45 kr. ſind, und die Halbſcheid hievon iſt $22\frac{1}{2}$ kr. Da $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ Gulden einfach hergeſtellt 3/8 Gulden giebt; 3/8 Gulden aber, weil 1/8 Gulden $7\frac{1}{2}$ kr. giebt, $22\frac{1}{2}$ kr. ausmacht, ſo ſieht man wieder deutlich, daß $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ ſo viel als 3/8 ſei.

$\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ Elle in der Bedeutung 3/4 und die Halbſcheid von 1/4 Elle iſt ſo viel als 7/8 Elle; denn 1 Elle läßt ſich in 4 Viertel, oder 8 Achtel theilen, folglich ſind 3/4 nach N. III. n. 1. ſo viel als 6/8, und die Halbſcheid von 1/4 iſt nach N. II. n. 2. 1/8, und 6/8 und 1/8 ſind 7/8. Daher ſieht man abermals deutlich, daß $\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ ſo viel als 7/8 ſei.

Von dieſen Verwandlungsarten der Brüche iſt die N. III. vollſtändig erklärte die wichtigſte, weil ſie am häufigſten bei den Bruchrechnungen zur Anwendung kommt, wie in nachfolgenden §§. gezeigt werden ſoll.

§. 44.

Wenn man mit gebrochenen Zahlen (Brüchen) zu rechnen hat, ſo muß man endlich vorzüglich darauf ſehen, ob ſie verſchiedene Brüche ſind, oder nicht; denn

1) die gemiſchten Brüche müſſen nach §. 43. N. III. * größtentheils vorher zu puren Brüchen gemacht werden — desgleichen

2) die zuſammengeſetzten Brüche nach §. 43. N. III. ** zu einfache — und

3) die Brüche mit verſchiedenen Nennern zu Brüchen mit einerlei Nennern nach §. 43. N. III. n. 1.

4) werden die Brüche ſowohl zur Erleichterung der Rechnung, als ſelbſt zu ihrer beſſeren Verſtändlichkeit, ſo oft es ſeyn kann, nach §. 43. N. III. n. 2. in ihrer kleinſten Geſtalt auszudrücken geſucht, daß heißt, ſie werden nach Heft I. Seite 106 bis 116 verkleinert oder gehoben.

Wie gemiſchte Brüche zu pure Brüche und zuſammengeſetzte Brüche zu einfache zu machen ſind, iſt in §. 43. N. III. * und ** hinlänglich erklärt. Wie aber Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerlei Nennern möglichſt geſchwind zu verwandeln, dabei ſolche möglichſt klein dargeſtellt, verkleinert, gehoben werden können, hievon iſt noch deutlicher und ausführlicher zu handeln; daher

§. 45.

I. von Verwandlung der Brüche mit verſchiedenen Nennern in andere gleichgültige mit einerlei Nennern insbeſondere.

Grundregel. Man multiplicirt den Nenner von 2, 3 und mehreren Brüchen mit einer ſolchen ganzen Zahl, welche zum Produkte überall den nämlichen Nenner giebt. (Wenn ein ſolcher Nenner bei einem der Brüche vorkömmt, welcher für den gemeinſchäftlichen Nenner gelten kann, ſo bleibt jener Bruch ganz unverändert.) Dann wird mit eben der ganzen Zahl, womit vorher der Nenner multiplicirt wurde, auch deſſen Zähler multiplicirt, und dieſes Produkt kann einen neuen Zähler geben, welchen es will; z. B.

Bei 3/4 und 1/2 brauche ich nur 1/2 unten und oben mit 2 multipliciren, ich bekomme 2/4, welches ſo mit 3/4 einerlei Nenner hat.

Bei 7/8 und 1/2 wird eben ſo nur 1/2 mit 4 multiplicirt, ich bekomme 4/8 zu 7/8.

Bei 4/7 und 9/14 multiplicire ich 4/7 mit 2, ich bekomme 8/14 zu 9/14.

Bei 3/14 und 3/4 multiplicire ich den Nenner 14 mit 2, und den Nenner 4 mit 7, ſo bekomme ich überall den Nenner 28. Weil ich den Nenner 14 mit 2 multiplicirt habe, ſo muß ich auch deſſen Zähler 3 mit 2 multipliciren, ich bekomme 6/28; und weil ich den Nenner 4 mit 7 multiplicirt habe, ſo muß ich auch deſſen Zähler mit 7 multipliciren, ich bekomme 21/28, ſonach 6/28 und 21/28 ſtatt 3/14 und 3/4.

Bei 1/2, 2/3, 3/4, 5/12, kann ich 1/2 mit 6, 2/3 mit 4, 3/4 mit 3 multipliciren, und dadurch den gemeinſchaftlichen Nenner 12 herausbringen, ſo daß 5/12 unverändert ſtehen bleibt; ich bekomme daher 6/12 ſtatt 1/2, 8/12 ſtatt 2/3, 9/12 ſtatt 3/4, welche ſo mit 5/12 einerlei Nenner erhalten haben.

Da dieſe Art, den gemeinſchaftlichen Nenner beſonders für 3 und mehrere Brüche mit verſchiedenen Nennern gleich zu treffen, oft einen geübten Rechner erfordert, ſo hat man für Anfänger eine andere leichtere Art erfunden. Nämlich, weil ſich ein Produkt durch alle ſeine Faktoren ohne Reſt wieder theilen läßt, ſo lehrt man: *multiplicire die verſchiedenen Nenner mit einander*, ſetze das Produkt als Hauptnenner in ein oben eckigrund gemachtes Zeichen, führe eine gerade Linie herab, zu welcher die Brüche links gerade herabgeſchrieben werden können, dann dividire jeden derſelben nacheinander, und zwar erſtens den Nenner in den Hauptnenner, dann multiplicire mit dem Quotienten den Zähler und ſchreib das Produkt jederzeit als neuen Zähler, worunter der Hauptnenner als deſſen Nenner zu verſtehen iſt, gerade der Linie gegenüber, z. B. bei 2/5 und 3/7 ſprich: 5 mal 7 iſt 35, und ſetze:

	35		
$\frac{2}{5}$	14 das iſt	$\frac{14}{35}$	nämlich: 5 in 35 geht 7mal, 2mal 7 iſt 14.
$\frac{3}{7}$	15 = =	$\frac{15}{35}$	7 in 35 geht 5mal, 3mal 5 iſt 15.

Eben ſo ſetze auch

bei 1/3, 3/4, 4/5.

	60	
$\frac{1}{3}$	20 das iſt	$\frac{20}{60}$
$\frac{3}{4}$	45 = =	$\frac{45}{60}$
$\frac{4}{5}$	48 = =	$\frac{48}{60}$

bei 3/8 und 4/9.

	72	
$\frac{3}{8}$	27 das iſt	$\frac{27}{72}$
$\frac{4}{9}$	32 = =	$\frac{32}{72}$

bei 3/7 und 1/9.

	63	
$\frac{3}{7}$	27 das iſt	$\frac{27}{63}$
$\frac{1}{9}$	7 = =	$\frac{7}{63}$

Zur Erleichterung der erſten Multiplication bei dieſer Methode kann man ſich auch folgender Vortheile neben bedienen:

1) Wenn die verſchiedenen Nenner ſo beſchaffen ſind, daß ſie leicht im Sinne durch welch immer eine Zahl multiplicirt, auf einerlei Nenner zu bringen ſind, ſo kann man gleich dieſen nach der Grundregel als Hauptnenner anſetzen, und hierauf nach letzterer Art verfahren.

Z. B. bei 1/2, 2/3, 3/4 läßt ſich 4 mit 3, 3 mit 4, 2 mit 6 auf 12 bringen, daher iſt 12 zum Hauptnenner zu nehmen:

12			
$\frac{1}{2}$	6	oder	$\frac{6}{12}$
$\frac{1}{3}$	8	=	$\frac{8}{12}$
$\frac{3}{4}$	9	=	$\frac{9}{12}$

2) Wenn nicht alle die verſchiedenen Nenner ſo leicht im Sinne auf einerlei Nenner zu bringen ſind, doch einige ſich darunter befinden, welche ſich in den größten gerade aus dividiren laſſen, ſo dürfen dieſe nur bei der erſten Multiplication übergangen werden.

Z. B. bei 3/4, 4/5, 7/8.

40			
$\frac{3}{4}$	30	oder	$\frac{30}{40}$
$\frac{4}{5}$	32	=	$\frac{32}{40}$
$\frac{7}{8}$	35	=	$\frac{35}{40}$

Hier wird bei der erſten Multiplication 3/4, weil mit 4 in 8 den größten Nenner gerade aus zu dividiren iſt, übergangen, und nur 5 und 8 mit einander multiplicirt, und das Produkt 40 als Hauptnenner angeſetzt.

Eben ſo bei 2/3, 3/4, 4/5, 11/12.

60		
$\frac{2}{3}$	40 oder	$\frac{40}{60}$
$\frac{3}{4}$	45 =	$\frac{45}{60}$
$\frac{4}{5}$	48 =	$\frac{48}{60}$
$\frac{11}{12}$	55 =	$\frac{55}{60}$

Werden, weil 3 und 4 in 12 den größten Nenner gerade aus dividiren, 2/3 und 3/4 bei der erſten Multiplication übergangen, und nur 5 und 12 mit einander multiplicirt, welche das Produkt 60 zum Hauptnenner geben.

3) Wenn bei verſchiedenen Nennern der größte Nenner ſo iſt, daß die übrigen Nenner leicht im Sinne durch die Multiplication mit welch immer einer Zahl auf dieſen Nenner gebracht werden können, ſo wird gleich nur der größte Nenner zum Hauptnenner angeſchrieben, z. B. 1/2, 2/3, 3/4, 5/6, 11/12 laſſen ſich die Nenner 2, 3, 4, 6 mit 6, 4, 3, 2 zu 12 bringen, alſo ſetze gleich an:

12		
$\frac{1}{2}$	6 oder	$\frac{6}{12}$
$\frac{2}{3}$	8 =	$\frac{8}{12}$
$\frac{3}{4}$	9 =	$\frac{9}{12}$
$\frac{5}{6}$	10 =	$\frac{10}{12}$
$\frac{11}{12}$	11 =	$\frac{11}{12}$

* alſo iſt auch bei 1/2, 3/4, 5/6, 7/16 der Hauptnenner 16.

dann

bei 5/6, 1/4, 7/8, 2/3, 7/12, 19/24, 5/8, 3/8 der Hauptnenner 24.

bei 1/5, 7/15, 3/30 der Hauptnenner 30.

4) Wenn nicht ſo geſchwind zum Hauptnenner zu kommen iſt, doch unter den verſchiedenen Nennern ſich einige befinden, welche nach den gelehrten Verkleinerungsregeln zu verkleinern (zu heben) ſind, ſo kann man auch, zwar etwas langſamer, doch immer gleich zum kleinſten Hauptnenner auf folgende Art kommen:

a) Man ſetzt alle Nenner, durch Beiſtriche geſondert, in einer fortlaufenden Linie nacheinander an, und zieht darunter einen Quer= oder horizontalen Strich, dann betrachtet man die Nenner gegen einander, und ſieht, wie viele ſich davon verkleinern laſſen. Hierauf dividirt man jeden Nenner mit der Verkleinerungs= oder Hebezahl, und ſetzt unter jeden ſeinen Quotienten; dabei werden die Nenner, welche ſich nebenbei nicht verkleinern laſſen, an ihrer Stelle unverändert gleichſam als Quotienten herabgeſchrieben.

b) Laſſen ſich einige oder alle der neu gebildeten Quotienten wieder weiter verkleinern, ſo geſchieht dieſes weiter unter einem nochmals gezogenen Strich, und ſo lange fort, als keine dergleichen Verkleinerung mehr möglich iſt.

c) Die zuletzt herauskommenden nicht mehr gegen einander zu verkleinernden Quotienten werden, mit übergehung der hie und da vorkommenden und ohnehin Nichtsmultiplicirenden 1 mit einander multiplicirt, desgleichen die gebrauchten Hebezahlen, welche deswegen links neben zu bemerken ſind, mit deren Produkt. Das dann hieraus entſtehende Hauptprodukt iſt der Hauptnenner; z. B.

Bei 1/2, 2/3, 3/4, 2/5, 5/6 ſetze:

	2, 3, 4, 5, 6
2)	1, 3, 2, 5, 3
3)	1, 1, 2, 5, 1

Weil nun 2 und 5 nicht mehr gegen einander zu verkleinern ſind, ſo ſage: 2 mal 5 iſt 10, 3 mal 10 iſt 30, 2 mal 30 iſt 60; demnach iſt 60 hier als Hauptnenner zu gebrauchen.

Bei 1/2, 3/8, 1/15, 3/16, 5/18 ſetze:

	2, 8, 15, 16, 18
2)	1, 4, 15, 8, 9
4)	1, 1, 15, 2, 9
3)	1, 1, 5, 2, 3

und ſage: 2 mal 3 iſt 6, 5 mal 6 iſt 30, 3 mal 30 iſt 90, 4 mal 90 iſt 360, 2 mal 360 giebt 720 zum Hauptnenner.

Bei 4/9, 5/16, 7/20, 5/27, 3/32 ſetze:

	9, 16, 20, 27, 32
4)	9, 4, 5, 27, 8
3)	3, 4, 5, 9, 8
4)	3, 1, 5, 9, 2
3)	1, 1, 5, 3, 2

und ſage: 2 mal 3 iſt 6, 5 mal 6 iſt 30, 3 mal 30 iſt 90, 4 mal 90 iſt 360, 3 mal 360 iſt 1080, 4 mal 1080 giebt 4320 zum Hauptnenner.

Bei 2/9, 3/16, 7/20, 5/24, 7/30 ſetze: 9, 16, 20, 24, 30
3) 3, 16, 20, 8, 10
4) 3, 4, 5, 2, 10
2) 3, 2, 5, 1, 5
5) 3, 2, 1, 1, 1

und ſage: 2 mal 3 iſt 6, 5 mal 6 iſt 30, 2 mal 30 iſt 60, 4 mal 60 iſt 240, 3 mal 240 giebt 720 zum Hauptnenner.

Bei 1/2, 3/8, 9/10, 4/15, 1/16, 5/18 ſetze: 2, 8, 10, 15, 16, 18
2) 1, 4, 5, 15, 8, 9
4) 1, 1, 5, 15, 2, 9
3) 1, 1, 5, 5, 2, 3
5) 1, 1, 1, 1, 2, 3

und ſage: 2 mal 3 iſt 6, 5 mal 6 iſt 30, 3 mal 30 iſt 90, 4 mal 90 iſt 360, 2 mal 360 giebt 720 zum Hauptnenner.

Bei 1/2, 1/4, 1/3, 4/5, 7/9, 3/15 ſetze: 2, 4, 3, 5, 9, 15
3) 2, 4, 1, 5, 3, 5
5) 2, 4, 1, 1, 3, 1
2) 1, 2, 1, 1, 3, 1

Nun ſage: 2 mal 3 iſt 6, 2 mal 6 iſt 12, 5 mal 12 iſt 60, 3 mal 60 giebt 180 zum Hauptnenner.

Bei 1/2, 2/15, 2/3, 3/4, 5/6, 7/10 ſetze: 2, 15, 3, 4, 6, 10
2) 1, 15, 3, 2, 3, 5
3) 1, 5, 1, 2, 1, 5
5) 1, 1, 1, 2, 1, 1

Nun ſage: 2 mal 5 iſt 10, 3 mal 10 iſt 30, 2 mal 30 giebt 60 zum Hauptnenner.

Bei 3/8, 7/12, 5/6, 2/9, 4/5 ſetze: 8, 12, 6, 9, 5
4) 2, 3, 6, 9, 5
2) 1, 3, 3, 9, 5
3) 1, 1, 1, 3, 5

Nun ſage: 3 mal 5 iſt 15, 3 mal 15 iſt 45, 2 mal 45 iſt 90, 4 mal 90 giebt 360 zum Hauptnenner.

5) Wenn ſich gar keiner von den angeführten Vortheilen anwenden läßt, ſo müſſen gleich alle Nenner beſonders ſeparirt mit einander multiplicirt werden, worauf das Produkt als Hauptnenner anzuſchreiben, und nach obiger Art fortzufahren iſt.

z. B. bei 1/2, 2/3, 4/5 iſt 30 der Hauptnenner, denn 2 mal 3 iſt 6, 5 mal 6 iſt 30, daher

30	
1/2	15
2/3	20
4/5	24

Doch hier läßt ſich für ſich im Sinne 2 mit 15, 3 mit 10, 5 mit 6 zu dem Hauptnenner 30 machen. Desgleichen läßt ſich bei 2/3, 3/4, 4/5 der Hauptnenner 60 bilden, wenn man 3 mit 20, 4 mit 15, und 5 mit 12 im Sinne multiplicirt.

Bei 1/3, 3/4, 4/5 müſſen die Nenner 3, 4, 5, mit einander multiplicirt werden, ſie geben zum Hauptnenner 60, denn 3 mal 4 iſt 12, 5 mal 12 iſt 60. Demnach ſteht der Anſatz alſo:

60	
1/3	20
3/4	45
4/5	48

Bei 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 6/7 werden mit Übergehung des 2, weil es 4 gerade aus dividirt, nur die Nenner 3, 4, 5, 7 mit einander multiplicirt, deren Produkt den Hauptnenner 420 zum Anſatze giebt.

420	
1/2	210
2/3	280
3/4	315
4/5	336
6/7	360

* Die Verwandlung der Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerlei Nennern dient gut dazu, um zu ſehen, welche Brüche hievon größer, oder kleiner ſeien; z. B. 2/3 und 5/7 in Brüche mit einerlei Nennern verwandelt, zeigen offenbar, daß 5/7 größer und 2/3 kleiner iſt; denn 15 gleiche Theile ſind mehr als 14, nämlich:

21	
2/3	14
5/7	15

§. 46.

II. Von der Verwandlung der Brüche in andere gleichgültige mit kleinern Nennern und Zählern oder von Verkleinerung (Hebung) der Brüche insbeſondere.

Grundregel: Dieſe iſt der vorigen in §. 45 ganz entgegengeſetzt. Dort wird Zähler und Nenner mit einerlei Zahl multiplicirt, und die beiderſeitigen Produkte geben einen neuen Zähler und Nenner.

Hier iſt Zähler und Nenner mit einerlei Zahl gerade aus zu dividiren, und die beiderſeitigen Quotienten geben einen neuen Zähler und Nenner, ſo, daß nach §. 43 N. III. n. 1 und 2 beiderſeits kein Bruch größer oder kleiner wird.

Die Zahl, welche hier Zähler und Nenner gerade aus dividiren muß, heißt Verkleinerungs- oder Hebezahl, und iſt keine andere, als jene, womit man ganze Zahlen nach Heft I. Seite 106 bis 116 verkleinert, hebt. Man darf ſich daher nur Zähler und Nenner als ganze Zahlen vorſtellen, und auf gleiche Art verfahren, denn

a) wenn der Zähler und Nenner aus gleichen Zahlen beſtehen, ſo ſind ſie ſelbſt die Hebezahl, d. h. es wird die Verkleinerung 1 oder 1 Ganzes, z. B. 17/17 iſt 1/1 oder 1 Ganzes.

b) Wenn der Zähler in dem Nenner 2, 3 oder mehrere Male gerade aus enthalten iſt, ſo iſt der Zähler die Hebezahl, und der Nenner wird 2, 3 oder mehr, je nachdem der Zähler 2, 3 oder mehrere Male darin enthalten iſt; der Zähler aber wird immer 1, z. B. 4/8 iſt mit 4 verkleinert 1/2 — 2/10 iſt mit 2 verkleinert 1/5 — 3/9 iſt mit 3 verkleinert 1/3 — 7/49 iſt mit 7 verkleinert 1/7 — 11/22 mit 11 verkleinert 1/2 ꝛc.

c) Wenn Zähler und Nenner ſich durch eine dritte Zahl gerade aus theilen laſſen, ſo iſt dieſe die Hebezahl; z. B. 10/18 läßt ſich mit 2 zu 5/9 verkleinern.

$$\frac{9}{30} \text{ mit } 3 \text{ zu } \frac{3}{10}$$

$$\frac{32}{36} \text{ mit } 4 \text{ zu } \frac{8}{9}$$

* Wie und wann man im letzten Falle mit 2 bis 10 und noch größeren Zahlen verkleinern könne, lehrt I. Heft Seite 109 bis 116. Nur befleiße man ſich, des geſchwindern Verkleinerns wegen, gleich diejenige Hebezahl zu treffen, welche den kleinſten Quotienten giebt.

d) Wenn hie und da keine Verkleinerungsregel anſchlagen will, und es doch der Mühe werth iſt, einen beſonders großen Bruch in der kleinſten Geſtalt mehr verſtändlich zu machen, ſo hat man noch dieſe einzige, freilich mühſame, Verkleinerungsart übrig. Nämlich: man dividirt

1) den Nenner des Bruchs mit dem Zähler —

2) mit dem Reſte den Zähler —

3) mit dem neuen Reſte den vorigen Reſt u. ſ. w., bis endlich kein Reſt mehr bleibt. Der Reſt endlich, welcher den letzten Reſt gerade aus dividirt, iſt die Hebezahl; bleibt jedoch zum letzten Reſte 1 übrig, ſo iſt dieß das ſicherſte Zeichen, daß der Bruch nicht kleiner zu machen ſei. Z. B.

Bei $\frac{51}{68}$ iſt 17 die Hebezahl, welche 17 und 68 zu 3/4 verkleinert; denn 51 in 68 dividirt, giebt 1 und den Reſt 17, 17 in 51 dividirt, giebt 3 und keinen Reſt, daher iſt 17 die Hebezahl.

Bei $\frac{28}{512}$ iſt 4 die Hebezahl, welche 28 und 512 zu $\frac{7}{128}$ verkleinert; denn 28 in 512 dividirt, giebt 18 und den Reſt 8, 8 in 28 dividirt, giebt 3 und den Reſt 4, 4 in 8 dividirt, giebt 2 und keinen Reſt mehr. Daher iſt hier 4 die Hebezahl.

Bei $\frac{295}{354}$ iſt 59 die Hebezahl, welche 295 und 354 zu 5/6 verkleinert; denn 295 in 354 dividirt, giebt 1 und den Reſt 59, 59 in 295 dividirt, giebt 5 und keinen Reſt mehr. Daher iſt 59 auch hier die Hebezahl.

Endlich bei $\frac{61}{84}$ iſt gar keine Hebezahl; denn 61 in 84 dividirt, giebt 1 und den Reſt 23, 23 in 61 dividirt, giebt 2 und den Reſt 15, 15 in 23 dividirt, giebt 1 und den Reſt 8, 8 in 15 dividirt, giebt 1 und den Reſt 7, 7 in 8 dividirt, giebt 1 und den Reſt 1. Weil nun der letzte Reſt 1 nicht mehr dividiren kann, ſo iſt dieß ein offenbarer Beweis, daß 61 nicht zu verkleinern ſei.

* Einen ſolchen Bruch ſchätzt man zuletzt beiläufig, indem man die hinterſten Ziffer rechter Hand im Zähler und Nenner wegſchneidet, und nur eine oder zwei links gültig ſtehen läßt, z. B. bei $\frac{6|1}{8|4}$ ſoll 6/8 oder 3/4 gelten. Bei $\frac{2|8789}{3|9247}$ ſoll 2/3 gelten.

Vierter Unterricht

die

Grundrechnung in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen), oder die vier erſten Rechnungsarten in denſelben betreffend.

Vorerinnerung.

Weil ſich die Theile, wie ihre Ganzen, auch vermehren und vermindern laſſen, und die gebrochenen Zahlen (Brüche) nichts als Theile enthalten, ſo werden auch dieſe addirt, ſubtrahirt, multiplicirt, dividirt. Daher

I. Abſchnitt.

die Addition in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen).

§. 47.

Addiren heißt hier, aus zwei oder mehreren gegebenen Brüchen einen neuen ſo großen Bruch finden, welcher alle dieſelben in ſich enthält, d. h. auf eine Summe bringt, zuſammenzählt.

Zu dieſem Addiren können demnach auch zwei und mehrere Brüche gegeben ſeyn. Da aber hier nur Theile zuſammenzuzählen, und dieſe nur in den Zählern enthalten ſind, ſo iſt wohl zu merken:

1) Daß blos die Zähler nach den Additionsregeln in ganzen Zahlen addirt werden können, und weil man nur Gleichartiges zuſammenrechnen kann, ſo müſſen

2) die Zähler einerlei Art, Urſprunges, Stammes ſeyn, d. h. ſie müſſen einerlei Nenner haben. Iſt dieſes nicht, ſo müſſen vorher die Brüche mit verſchiedenen Nennern in einerlei Nenner nach §. 45 verwandelt werden. Desgleichen müſſen

3) dieſe Brüche einfache ſeyn; ſind es zuſammengeſetzte, ſo müſſen ſie vorher in einfache mit einerlei Nennern nach §. 43 und 45 verwandelt werden; jedoch können

4) gemiſchte Brüche mit einerlei Nennern (die doppelt gemiſchten müſſen jedoch zu einfachen gemacht werden) darunter vorkommen; ſind dieſe mit verſchiedenen Nennern gegeben, ſo müſſen ſolche auch nach §. 45 zu gleichen Nennern gemacht werden. Auch dürfen

5) pure ganze Zahlen alleinſtehend, nicht einen gemiſchten Bruch bildend, darunter aufgeführt ſeyn, weil dieſes Nichts hindert, indem immer vorher die Brüche, dann erſt die ganzen Zahlen regelmäßig zu addiren ſind.

6) wenn keines der aufgeführten Hinderniſſe vorhanden, oder jedes beſeitiget iſt, ſo dürfen nur die Zähler ganz nach den Additionsregeln in ganzen Zahlen addirt werden, und die Summe wird mit unterſetztem Bruchszeichen und dem gemeinſchaftlichen Nenner als Bruchsſumme angeſetzt. Bildet dieſe einen unächten Bruch, ſo wird zuletzt deſſen Nenner in den Zähler dividirt, um die Ganzen mit oder ohne Reſt heraus zu erhalten; ſind nebenbei noch ganze Zahlen allein, oder von gemiſchten Brüchen zu addiren gegeben, ſo werden ferner die herausgekommenen Ganzen den ganzen Zahlen eingezählt, um eine reine vollſtändige Additionsſumme darzulegen.

Hiemit ſind ſämtliche Additionsregeln gegeben; man hat nun nichts weiter mehr zu beobachten, als das beſondere Verfahren. Hievon in folgendem §.

§. 48.

Das leichteſte Additionsverfahren bei ungenannten Brüchen.

Da Brüche mit einerlei und verſchiedenen Nennern, dabei zuſammengeſetzte und gemiſchte, mitunter auch pure ganze Zahlen zum addiren vorkommen können; ſo iſt das beſte, man führt

1) zum Anſatze eine gerade Linie abwärts, wie §. 45 gelehrt wurde.

2) Setzt man dieſer Linie linker Hand hinüber abwärts die zu addirenden Brüche mit oder ohne ganzen Zahlen in der Ordnung gerade herab, daß Brüche unter Brüche, ganze Zahlen unter ganze Zahlen zu ſtehen kommen.

3) Betrachtet man die Brüche, und ſieht, ob keine eine Veränderung brauchen, brauchen ſie es nicht, und ſind alle mit einerlei Nennern einfach gegeben, ſo werden

4) die gleichen Nenner geſtrichen, und nach oben in einem eckig rund gemachten Zeichen auf der geraden Linie geſetztem gemeinſchaftlichen Nenner zuerſt die Zähler mit einander, dann die ganzen Zahlen, wenn einige da ſind, addirt, endlich zum Herabſchreiben der Additionsſumma wird unten ein Querſtrich gezogen. Fällt die Brücheſumma ſo aus, daß Ganze darin enthalten ſind, ſo werden ſolche nach §. 47 N. 6 herausgeſucht, und dieſe mit oder ohne Reſt zur Summe herabgeſchrieben, wenn ſie nicht vorhandenen Ganzen eingezählt werden können.

5) Sind aber die Brüche oder nur einige zu verändern, ſo unterbleibt das Streichen der Nenner; die Brüche müſſen erſt nach in §. 47 gegebenen Regeln die gehörige gleiche Veränderung erhalten, welches auf der rechten Seite der Linie gerade hinüber nach §. 45 zu geſchehen hat. Nach dieſer Veränderung werden im letzten Falle

6) zuerſt Rechts der Linie die Brüche, dann Links der Linie die ganzen Zahlen, wenn einige da ſind, wie eben N. 4 bemerkt wurde, ordentlich addirt; z. B. es ſind 3/4, 1/4, 2/4, 3/4 zu addiren, ſetze an:

4

$\frac{3}{4}$ |
$\frac{1}{4}$ |
$\frac{2}{4}$ |
$\frac{3}{4}$ |

Summa $\frac{9}{4}$ oder 4 in 9 dividirt $2\frac{1}{4}$.

Desgleichen 3/4, 1/4.

4

$\frac{3}{4}$ |
$\frac{1}{4}$ |

Summa $\frac{4}{4}$ oder 1 Ganzes.

Ferner 1/5, 3/5, 4/5.

5

$\frac{1}{5}$ |
$\frac{3}{5}$ |
$\frac{4}{5}$ |

Summa $\frac{8}{5}$ oder $1\frac{3}{5}$.

Bei 4/5, 3/4.

20

$\frac{4}{5}$ | 16 verändert

$\frac{3}{4}$ | 15 = =

Summa $\frac{31}{20}$ oder 20 in 31 dividirt $1\frac{11}{20}$

Bei 1/2, 2/3, 3/4.

12

$\frac{1}{2}$ | 6 verändert

$\frac{2}{3}$ | 8 = = =

$\frac{3}{4}$ | 9 = = =

Summa $\frac{23}{12}$ oder 12 in 23 dividirt $1\frac{11}{12}$.

Bei 3/4, 2/5, 1/2, 3/7.

280

$\frac{3}{4}$ | 210 nach §. 45. N. 5 verändert.

$\frac{2}{5}$ | 112 = = = = = = = =

$\frac{1}{2}$ | 140 = = = = = = = =

$\frac{3}{7}$ | 120 = = = = = = = =

Summa $\frac{582}{280}$ oder 280 in 582 dividirt $2\frac{22}{280}$ oder mit 2 verkleinert $2\frac{11}{140}$.

Bei 11/2, 12/4.

$$\overset{4}{\smile}$$

$\frac{11}{2}$ | 22 nach §. 45 N. 4 verändert.

$\frac{12}{4}$ | 12.

Summa $\frac{34}{4}$ oder 4 in 34 dividirt $8\frac{2}{4}$ oder 1/2.

Bei $\frac{\frac{3}{4}}{8}$, $\frac{7}{8}$ wird $\frac{\frac{3}{4}}{8}$ zuerſt zu $\frac{3}{32}$ nach §. 43. ** lit. a gemacht, dann angeſetzt:

$$\overset{32}{\smile}$$

$\frac{3}{32}$ | 3.

$\frac{7}{8}$ | 28 nach §. 45 N. 1 verändert.

Summa $\frac{31}{32}$.

Bei $\frac{\frac{3}{6}}{9}$, $\frac{2}{3}$ wird wieder vorher $\frac{\frac{3}{6}}{9}$ in $\frac{3}{54}$ verändert oder mit 3 verkleinert $\frac{1}{18}$.

$$\overset{18}{\smile}$$

$\frac{1}{18}$ | 1

nach §. 45 N. 1 verändert.

$\frac{2}{3}$ | 12

Summa $\frac{13}{18}$.

Bei $\frac{\frac{2}{3}}{4}$, $\frac{\frac{3}{4}}{5}$ werden beide Brüche vorher verändert in $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{20}$, dann $\frac{2}{12}$ mit 2 verkleinert zu $\frac{1}{6}$, und angeſetzt:

$$\overset{120}{\smile}$$

$\frac{1}{6}$ | 20

$\frac{3}{20}$ | 18

Summa $\frac{38}{120}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{19}{60}$.

Bei $3\frac{2}{5}$, $2\frac{4}{5}$, $1\frac{3}{5}$.

5	
$3\frac{2}{5}$	
$2\frac{4}{5}$	
$1\frac{3}{5}$	

$\frac{9}{5}$ oder gleich im Sinne dividirt $1\frac{4}{5}$, daher 1 den Ganzen gleich eingezählt wird.

Summa $7\frac{4}{5}$.

Bei $5\frac{2}{5}$, $6\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{4}$.

20	
$5\frac{2}{5}$	8
$6\frac{3}{4}$	15
$4\frac{1}{4}$	5 nach §. 45 N. 4 verändert.

$\frac{28}{20}$ oder 20 in 28 dividirt giebt $1\frac{8}{20}$, daher 1 das Ganze den Ganzen eingezählt wird.

Summa $16\frac{3}{20}$ oder mit 4 verkleinert $16\frac{2}{5}$.

Bei $\frac{\frac{1}{2}}{5}$, $3\frac{\frac{3}{4}}{6}$, $18\frac{\frac{3}{5}}{8}$ werden vorher die doppelten Brüche in die einfachen verwandelt $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{24}$, $\frac{3}{40}$, dann 24 mit 3 verkleinert zu 1/8.

40	
$\frac{1}{10}$	4 nach §. 45 N. 1 verändert.
$3\frac{1}{8}$	5
$18\frac{3}{40}$	3

Summa 21 $\frac{12}{40}$ oder mit 4 verkleinert $\frac{3}{10}$.

Bei $2\frac{\frac{1}{2}}{3}$ und $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ in der Bedeutung als doppelt gemiſchte Brüche wird vorher nach §. 43. ** lit. c die einfache Verwandlung vorgenommen, daher angeſetzt:

24	
$\frac{5}{6}$	20 nach §. 45 N. 1 verändert.
$\frac{7}{8}$	21.

Summa $\frac{41}{24}$ oder 24 in 41 dividirt $1\frac{17}{24}$.

Bei 30, $20\frac{3}{4}$, $29\frac{3}{8}$, $\frac{5}{16}$, 200, $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, $2\frac{\frac{1}{2}}{4}$ werden die doppelte und gemiſchte doppelte vorher einfach gemacht und darauf angeſetzt:

	16
30	
$20\frac{3}{4}$	12
$29\frac{3}{8}$	6
$\frac{5}{16}$	5
200	
$\frac{1}{8}$	2
$\frac{5}{8}$	10
Summa 281	$\frac{35}{16}$

oder 16 in 35 dividirt giebt $2\frac{3}{16}$, wovon 2 Ganze den Ganzen einzuzählen ſind.

Beiſpiele zur übung ohne Anſatz.

Wie viel betragen $\frac{6}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$? Antwort $3\frac{1}{7}$.

Wie viel Ganze ſind $\frac{8}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{5}{11}$? Antwort 3 Ganze.

Was iſt die Summe von $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{15}{16}$? Antw. $3\frac{7}{48}$.

Wie ſtark iſt die Summe von $6\frac{5}{9}$, $1\frac{5}{7}$, $4\frac{5}{6}$? Antw. $13\frac{13}{126}$.

Wie viel iſt die Summe von $\frac{\frac{2}{3}}{4}$, $\frac{1}{2}$, $2\frac{5}{8}$? Antw. $3\frac{7}{24}$.

Wie viel betragen dieſe Pöſtchen $\frac{\frac{4}{6}}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{\frac{1}{2}}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{\frac{5}{7}}{9}$? Antwort $1\frac{3911}{7560}$.

Wie viel Halbe machen 5 und 9 halbirt? Antw. $\frac{28}{2}$ oder 14 Ganze.

Wie viele Ganze ſind $\frac{28}{2}$ und $\frac{15}{3}$? Antw. 19 Ganze.

Wie viel Drittel ſind 9 Ganze und $\frac{2}{3}$? Antw. $\frac{29}{3}$ oder $9\frac{2}{3}$.

Probe über die Addition in ungenannten Brüchen.

Wie bei der Addition in ungenannten ganzen Zahlen, eben ſo geſchieht auch hier die erſte Probe, dadurch, daß, wenn man das Erſtemal von unten aufwärts gezählt hat, das Zweitemal von oben abwärts zählt; kommt die nämliche Summe heraus, ſo iſt es ein Beweis, daß recht addirt wurde; doch iſt auch hier ſicherer die Probe durch die Subtraction zu machen, welches im folgenden Abſchnitte am Ende ſoll gezeigt werden.

II. Abſchnitt.

Die Subtraction in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen).

§. 50.

Subtrahiren heißt hier aus nur 2 ungleichen Brüchen, einem größern und kleinern, einen dritten neuen Bruch finden, welcher ausdrückt, um wie viel der eine Bruch größer, als der andere ſei.

Zu dieſem Subtrahiren dürfen demnach nur zwei ungleiche Brüche, und zwar ein größerer und kleinerer Bruch, gegeben ſeyn (welcher Bruch größer oder kleiner ſei, iſt in §. 42 N. II. n. 3 gelehrt worden). Da hier wieder nur Theile von Theilen abzuziehen, abzuzählen ſind, welche blos die Zähler enthalten, ſo folgt

1) daß auch nur Zähler nach den Subtractionsregeln in ganzen Zahlen von einander abzuziehen ſeyen, und weil man auch nur gleichartige Theile von einander abzählen oder abrechnen kann, ſo müſſen

2) die zu ſubtrahirenden Brüche eben ſo, wie die zu addirenden nach §. 47 N. 2, 3, 4 pure, einfache Brüche mit einerlei Nennern ſeyn, und wenn ſie es nicht ſind, vorher hiezu gemacht werden.

3) Gleiche Brüche heben ſich von ſelbſten, d. h. es bleibt Nichts, und ein größerer Bruch iſt von einem kleinen an und für ſich gar nicht abzuziehen; doch

4) von einem gemiſchten Bruche oder einer ganzen Zahl läßt ſich ein größerer Bruch abziehen, weil von der ganzen Zahl ein Ganzes entlehnt werden kann; dieſes iſt aber ſogleich in einen unächten Bruch zu verwandeln, welcher bei ganzen Zahlen den Nenner des abzuzählenden Bruches zum Zähler und Nenner erhält, bei gemiſchten Brüchen erhält er den Nenner des beiſtehenden Bruchs zum Zähler und Nenner, und muß demſelben hiezu addirt werden, daß nur ein Bruch zum Anſatze kommt. Entſtehen dann zum Minuendus und Subtrahendus Brüche mit verſchiedenen Nennern, ſo müſſen dieſe ſo fort in Brüche mit einerlei Nennern verwandelt werden.

5) Iſt nur eine ganze Zahl von einem gemiſchten Bruche zu ſubtrahiren, ſo werden nur die ganzen Zahlen von einander ſubtrahirt.

6) Wenn zuletzt der als Reſt oder Differenz anzuſchreibende Bruch verkleinert, gehoben werden kann, ſo thut man auch dieſes.

Andurch ſind alle Subtractionsregeln ausgeſprochen, welche beſonders zu bemerken ſind.

§. 51.

Das leichteſte Subtractionsverfahren bei ungenannten Brüchen.

Dies unterſcheidet ſich von dem Additionsverfahren nur darin: daß hier nur zwei Brüche, wovon der kleinere unter den größern zu ſtehen kommt, in Anſatz kommen, und ſtatt addirt, nach den Subtractionsregeln in ganzen Zahlen hier ſubtrahirt werde. Was die hie und da vorkommende Verwandlung der Brüche mit verſchiedenen Nennern in Brüche mit einerlei Nennern betrifft, ſo iſt dieſe, oft mit Umgehung des obigen eckigrunden Zeichens vor der Subtraction, ungleich leichter, weil nur jedesmal zwei dergleichen zu verwandelnden Brüche vorkommen. Nur muß man, um beim Subtrahiren nicht zu fehlen, nie vergeſſen, wenn man von einer ganzen Zahl entlehnt, das Zahlzeichen, bei welchem die Entlehnung geſchah, oben mit einem Punkte zu bezeichnen. Z. B. man hat zu ſubtrahiren 1/6 von 5/6, oder 2/5 von 4/5, oder 1/2 von 3/4.

$$\begin{array}{r|}\frac{5}{6}\\ \frac{1}{6}\\ \hline\end{array}$$ Wegen der gleichen Nenner war hier nur gleich Zähler von Zähler abzuziehen.

Reſt $\frac{4}{6}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{r|}\frac{4}{5}\\ \frac{2}{5}\\ \hline\end{array}$$ Aus nebiger Urſache.

Reſt $\frac{2}{5}$.

$$\begin{array}{r|}\frac{3}{4}\\ \frac{1}{2}\\ \hline\end{array}$$ Hier war 1/2 leicht im Sinne zu 2/4 zu machen.

Reſt $\frac{1}{4}$.

Man ſoll ſubtrahiren

2/3 von 3/4, oder 1/4 von 4/5, oder 2/5 von 5/6, oder 1/4 von 6/7.

$$\begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{12}\\ \frac{3}{4} & 9\\ \frac{2}{3} & 8\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{20}\\ \frac{4}{5} & 16\\ \frac{1}{4} & 5\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{30}\\ \frac{5}{6} & 25\\ \frac{2}{5} & 12\\ \hline\end{array}\quad \begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{28}\\ \frac{6}{7} & 24\\ \frac{1}{4} & 7\\ \hline\end{array}$$

Reſt $\frac{1}{12}$ Reſt $\frac{11}{20}$ Reſt $\frac{13}{30}$ Reſt $\frac{17}{28}$.

Hier waren die Brüche nach §. 45 N. 5 auf einerlei Nenner zu bringen.

Man ſoll ferner ſubtrahiren

$\frac{\frac{1}{4}}{5}$ von $\frac{\frac{3}{4}}{7}$, oder $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ von $\frac{3}{8}$, oder $\frac{\frac{3}{4}}{5}$ von $\frac{5}{6}$. Nach verwandelten doppelten Brüchen iſt der Anſatz:

$$\begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{560}\\ \frac{3}{28} & 60\\ \frac{1}{20} & 28\\ \hline\end{array}$$

Reſt $\frac{32}{560}$ oder mit 16 verkleinert $\frac{2}{35}$.

$$\begin{array}{r|}\frac{3}{8}\\ \frac{1}{8}\\ \hline\end{array}$$

Reſt $\frac{2}{8}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{1}{4}$.

$$\begin{array}{r|l}\multicolumn{2}{c}{120}\\ \frac{5}{6} & 100\\ \frac{3}{20} & 18\\ \hline\end{array}$$

Reſt $\frac{82}{120}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{41}{60}$.

Man ſoll weiter ſubtrahiren: $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{4}$, oder $\frac{5}{7}$ von $\frac{2}{3}$, oder $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ von $\frac{1}{6}$.

$\frac{2}{4}$ |
$\frac{1}{2}$ |

Reſt — weil 1/2 ſoviel als 2/4 iſt.

(21)
$\frac{2}{3}$ | 14
$\frac{5}{7}$ | 15

Reſt —. nicht zu ſubtrahiren, weil 2/3 kleiner, als 7/5 iſt.

$\frac{1}{6}$ |
$\frac{1}{6}$ |

Reſt —. weil $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ ſoviel als $\frac{1}{6}$ iſt.

Man hat zu ſubtrahiren: $3\frac{2}{5}$ von $7\frac{3}{5}$, oder $2\frac{1}{2}$ von $4\frac{2}{3}$, oder $\frac{4}{5}$ von $1\frac{3}{5}$, oder $\frac{4}{5}$ von $100\frac{2}{7}$.

$7\frac{3}{5}$ |
$3\frac{2}{5}$ |

$4\frac{1}{5}$ Reſt.

(6)
$4\frac{2}{3}$ | 4
$2\frac{1}{2}$ | 3

$2\frac{1}{6}$ Reſt.

$\dot{1}\frac{3}{5}$ |
$\frac{4}{5}$ |

$\frac{4}{5}$ Reſt.

Hier mußte, um ſubtrahiren zu können, für 3/5 von 1 noch 5/5 entlehnt werden, daß 3/5 wurde 8/5.

(35)
$10\dot{0}\frac{2}{7}$ | (10)
| 45
$\frac{4}{5}$ | 28

$99\frac{17}{35}$ Reſt.

eben ſo vergrößert d. h. $\frac{35}{35}$ entlehnt und dem 10 eingezählt.

Man hat ferner zu ſubtrahiren: $3\frac{9}{10}$ von $6\frac{5}{10}$, oder $13\frac{3}{4}$ von $28\frac{2}{5}$.

$\dot{6}\frac{5}{10}$ | $\frac{15}{10}$
$3\frac{9}{10}$ | $\frac{9}{10}$

$2\frac{6}{10}$ Reſt.

Hier mußte $\frac{10}{10}$ von 6 entlehnt und dem $\frac{5}{10}$ eingezählt werden.

(20)
$2\dot{8}\frac{2}{5}$ | (8)
| 28
$13\frac{3}{4}$ | 15

Reſt $14\frac{13}{20}$.

Hier mußte zu $\frac{8}{20}$ von 8 Ganzen $\frac{20}{20}$ entlehnt und dem $\frac{8}{20}$ eingezählt werden.

Man hat weiter zu ſubtrahiren: $46\frac{4}{7}$ von 82, oder $47\frac{5}{12}$ von 58, oder $\frac{3}{4}$ von 8.

Hier muß man anſetzen:

$$\begin{array}{r|} 8\dot{2}\,\frac{7}{7} \\ 46\,\frac{4}{7} \\ \hline \text{Reſt } 35\,\frac{3}{7}. \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{r|} 5\dot{8}\,\frac{12}{12} \\ 47\,\frac{5}{12} \\ \hline \text{Reſt } 10\,\frac{7}{12}. \end{array} \quad \text{endlich} \quad \begin{array}{r|} \dot{8}\,\frac{4}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \hline \text{Reſt } 7\,\frac{1}{4}. \end{array}$$

Hier mußte überall, um ſubtrahiren zu können, 1 Ganzes von den ganzen Zahlen entlehnt und als unächter Bruch, wo Nenner und Zähler gleich, mit dem Nenner des Subtrahendus ſind, angeſetzt werden.

Desgleichen wenn man zu ſubtrahiren hat: $\frac{3}{4}$ von 1, oder $\frac{5}{7}$ von 2, oder $\frac{5}{12}$ von 1, oder $\frac{76}{100}$ von 5.

$$\begin{array}{r} \dot{1}\,\frac{4}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \hline \text{Reſt } \frac{1}{4}. \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dot{2}\,\frac{7}{7} \\ \frac{5}{7} \\ \hline \text{Reſt } 1\,\frac{2}{7}. \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dot{1}\,\frac{12}{12} \\ \frac{5}{12} \\ \hline \text{Reſt } \frac{7}{12}. \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dot{5}\,\frac{100}{100} \\ \frac{76}{100} \\ \hline \text{Reſt } 4\,\frac{24}{100} \end{array}$$

oder mit 4 verkleinert $4\frac{6}{25}$.

Man ſoll ſubtrahiren: $39\frac{9}{10}$ von $45\frac{\frac{2}{3}}{5}$, oder $97\frac{4}{5}$ von $123\frac{\frac{2}{3}}{4}$. Nach verwandelten doppelten Brüchen iſt der Anſatz alſo:

$$\begin{array}{r|l} & 150 \\ 4\dot{5}\,\frac{2}{15} & (20) \\ 39\,\frac{9}{10} & \begin{matrix} 170 \\ 135 \end{matrix} \\ \hline \text{Reſt } 5 & \frac{35}{150} \end{array}$$

(20) zu $\frac{20}{150}$ entlehnt $\frac{150}{150}$ und dem 20 eingezählt giebt $\frac{170}{150}$ zum ſubtrahiren.

Reſt 5 $\frac{35}{150}$ oder mit 5 verkleinert $5\frac{7}{30}$.

$$\begin{array}{r|l} & 60 \\ 12\dot{3}\,\frac{2}{12} & (10) \\ 97\,\frac{4}{5} & \begin{matrix} 70 \\ 48 \end{matrix} \\ \hline \text{Reſt } 25 & \frac{22}{60} \end{array}$$

(10) zu $\frac{10}{60}$ ebenfalls entlehnt $\frac{60}{60}$, und dem 10 eingezählt giebt $\frac{70}{60}$.

Reſt 25 $\frac{22}{60}$ oder mit 2 verkleinert $35\frac{11}{30}$.

Endlich wenn 7 von 12 $\frac{2}{3}$ abzuziehen iſt:

$$\begin{array}{r} 12\ \frac{2}{3} \\ 7 \\ \hline \text{Reſt}\ 5\ \frac{2}{3}. \end{array}$$

Hier bleibt der Bruch unverändert, und wird zum Reſte herabgeſetzt, weil Nichts von ihm abzuziehen iſt.

Beiſpiele zur Übung ohne Anſatz.

Wenn ich 4 $\frac{1}{4}$ von 9 $\frac{4}{5}$ abziehe, wie viel bleibt? Antwort 5 $\frac{11}{20}$.

Um wie viel iſt 12 $\frac{1}{4}$ größer als 6 $\frac{5}{7}$? Antw. um 5 $\frac{3}{7}$.

Zieh 19 $\frac{7}{8}$ von 20 $\frac{3}{4}$ ab, du bekömmſt zum Reſte $\frac{7}{32}$.

$\frac{4}{5}$ von 5 $\frac{2}{5}$ abgezogen, wie groß iſt der Reſt? Antw. 4 $\frac{3}{5}$.

Zieh von 100 ab $\frac{24}{31}$, wie viel bleibt dir? Antw. 99 $\frac{7}{31}$.

Welches iſt der Reſt, wenn man $\frac{11}{54}$ von $\frac{32}{45}$ abzieht? Antw. $\frac{137}{270}$.

§. 52.

Probe über die Subtraction und Addition in ungenannten Brüchen.

a) über die Subtraction.

Wie bei den ganzen Zahlen, ſo iſt auch bei den Brüchen die beſte Probe über die Subtraction immer die Addition der Zähler des Reſtes und Subtrahendus; kommt der Minuendus zur Summe heraus, ſo iſt recht ſubtrahirt; z. B.

von $\frac{16}{20}$
ab $\frac{5}{20}$ } addirt
Reſt $\frac{11}{20}$
giebt $\frac{16}{20}$ den Minuendus.

von 58
ab $47\frac{5}{12}$ } addirt
Reſt $10\frac{7}{12}$
giebt 58 den Minuendus.

b) über die Addition.

Desgleichen iſt die beſte Probe über die Addition immer die Subtraction, wenn man von der linken zur rechten Hand anfangend die Addition der Zähler von oben abwärts wiederholt, und die Summe von der Hauptſumme ſubtrahirt: bleibt zuletzt Nichts übrig, ſo iſt recht addirt worden; z. B.

addirt { $\frac{16}{20}$, $\frac{15}{20}$ }
geben $\frac{31}{20}$.

ſprechend 1 und 1 ſind 2, 2 von 3 bleibt 1. 6 und 5 ſind 11, 11 von 11 geht auf.

ferner addirt { $5\frac{8}{20}$, $6\frac{15}{20}$, $4\frac{5}{20}$ }
geben $16\frac{8}{20}$.

ſprechend 5, 6, 4 ſind 15, 15 von 16 bleibt 1 Ganzes, $\frac{15}{20}$ und $\frac{5}{20}$ machen auch 1 Ganzes aus. Es hebt ſich alſo das Ganze und bleibt noch $\frac{8}{20}$ übrig, welches ſich auch mit übrigen $\frac{8}{20}$ hebt.

III. Abſchnitt.

Die Multiplication in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen).

§. 53.

Multipliciren (wiederholtes Addiren) heißt hier, aus 2 gewöhnlich gegebenen Brüchen, oder einem Bruche und einer ganzen Zahl eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine ſo vielmal, oder ſo oft genommen, zu ſich ſelbſt geſetzt worden ſei, als die andere beſtimmte.

Bei dieſem Multipliciren, wozu auch nur zwei Zahlen hinlänglich ſind, iſt der Multiplicator die Hauptzahl; denn nach deſſen Größe wird beſtimmt, wie vielmal der Multiplicandus ganz, oder Bruchsweiſe zu nehmen ſei, demnach welche und wie viele gleich große ganze Theile mit, oder ohne Bruch, oder bloße Bruchstheile gemacht werden können.

1) Ganze Theile ohne Bruch giebt dieſe Multiplication, wenn

a) eine ganze Zahl mit einem puren ächten Bruch, oder ein ächter Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren iſt, wo der Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl multiplicirt ein Produkt giebt, welches durch den Nenner gerade aus dividirt werden kann; z. B. es iſt 3/4 mit 4 zu multipliciren. Hier multiplicirt die ganze Zahl 4 den Zähler des Bruchs 3 und ſetzt unter das Produkt den unveränderten Nenner 4; es giebt 12/4, welches immer größer als der Multiplicandus nach §. 43. N. I. lit. a iſt. Zuletzt 4 in 12 dividirt giebt 3 ganze Theile; oder es iſt 4 mit 3/4 zu multipliciren. Hier entſteht durch die Multiplication des Zählers mit der ganzen Zahl, und Setzung deſſen Produkts zum neuen Zähler ſtatt des vorigen auf unverändertem Nenner nur eine Auflöſung der ganzen Zahl in ſo viele gleiche Theile, als der Multiplicator beſtimmte, oder es wird die ganze Zahl nach §. 41. lit. c. ein beſtimmter Bruch. Alſo 4 mit 3/4 multiplicirt giebt auch zum Produkt 12/4, welches aber kleiner, als der Multiplicandus iſt, denn 4 in 12 dividirt giebt nur 3 ganze Theile. Hier ſtelle man ſich vor: man habe 3/4 und hiezu 3/4 noch dreimal.

b) Wenn eine ganze Zahl mit einem gemiſchten Bruche, und ſo umgekehrt zu multipliciren iſt, wo der gemiſchte Bruch in einen puren vorher zu verändern iſt, und dann auf erſt angezeigte Art multiplicirt, zuletzt ſich der Bruch in pure ganze Theile auflößt; z. B. $15\frac{7}{8}$ mit 24, oder 24 mit $15\frac{7}{8}$ multiplicirt giebt $\frac{3048}{8}$ und 8 hineindividirt 381 ganze Theile.

2) Ganze Theile mit Bruchstheilen giebt dieſe Multiplication, wenn

a) bei einer der vorher angeführten Multiplicationsart nicht zuletzt ein ſolches Produkt herauskommt, welches durch den Nenner gerade aus zu dividiren iſt; z. B. $\frac{2}{3}$ mit 5, oder 5 mit $\frac{2}{3}$ mul-

tiplicirt giebt $\frac{10}{3}$, und 3 in 10 dividirt $3\frac{1}{3}$, oder es iſt $3\frac{5}{8}$ mit 4 zu multipliciren. $3\frac{5}{8}$ in den puren verwandelt $\frac{29}{8}$, und 4 mit 29 multiplicirt giebt $\frac{116}{8}$, und 8 in 116 dividirt $14\frac{4}{8}$, oder mit 4 verkleinert $14\frac{1}{2}$.

b) Wenn pure Brüche mit gemiſchten, oder gemiſchte Brüche mit einander zu multipliciren ſind, wo dieſelbe zuerſt in pure verwandelt, dann Zähler und Zähler, Nenner und Nenner mit einander multiplicirt ein Produkt geben, welches ſich auch nicht gerade aus dividiren läßt; z. B. es iſt $\frac{3}{4}$ mit $2\frac{3}{4}$ zu multipliciren, nach veränderten $2\frac{3}{4}$ in $\frac{11}{4}$ geben die Zähler 11 und 3, dann die Nenner 4 und 4 den Bruch $\frac{30}{4}$, und 4 in 33 dividirt giebt $8\frac{1}{4}$.

Desgleichen $3\frac{2}{3}$ mit $4\frac{1}{2}$ ebenſo multiplicirt giebt $\frac{99}{6}$, oder 6 in 99 dividirt $16\frac{3}{6}$, oder mit 3 verkleinert $16\frac{1}{2}$.

3) Bloße Bruchstheile, oder eigentliche Brüche giebt dieſe Multiplication, wenn

a) pure eigentliche Brüche mit einander zu multipliciren ſind, das heißt, die Nehmung nur eines gewiſſen Theils ein- oder mehrmal geſchieht. Hier entſteht durch die Multiplication der Zähler und Nenner mit einander zum Produkte ein neuer Bruch, welcher ausſpricht, daß der Multiplicandus nur ſo viele Male genommen worden ſey, als der Multiplicator beſtimmte, z. B. 2/3 mit 1/2 multiplicirt giebt 2/6, oder mit 2 verkleinert 1/3 zum Produkte, welches ausdrückt, daß 2/3 nur 1/2mal genommen worden ſei, und zugleich offenbar beweißt, daß das Produkt kleiner als der Multiplicandus, und der Multiplicator daher immer nur als purer, eigentlicher Bruch ausfallen müſſe.

Desgleichen 3/4 mit 2/3 multiplicirt giebt 6/12, oder mit 6 verkleinert 1/2 zum Produkte, welches ausdrückt, daß 2/3 (nicht 2 Ganze) alſo nur der 3te Theil zweimal von 3/4 genommen ſei. Hier muß man ſich vorſtellen: der 3te Theil von 3/4 iſt 1/4. Dieſes 1/4 zweimal genommen, oder noch einmal zu ſich geſetzt giebt 2/4, oder 1/2.

b) Wenn auch pure und gemiſchte Brüche mit einander multiplicirt zuletzt ein Produkt geben, in welches nicht weiter dividirt werden kann, z. B. $\frac{1}{3}$ mit $2\frac{3}{4}$, oder verändert $\frac{1}{3}$ mit $\frac{11}{8}$ multiplicirt giebt $\frac{11}{24}$ nicht weiter theilbar.

In Gemäsheit dieſer aufgeſtellten Begriffe von der verſchiedenen Multiplication in ungenannten Brüchen gelten nun folgende Multiplicationsregeln in denſelben:

1) Iſt der Multiplicator eine ganze Zahl und der Multiplicandus ein purer oder einfacher Bruch, und ſo umgekehrt der Multiplicator ein purer oder einfacher Bruch, und der Multiplicandus eine ganze Zahl, ſo wird jedesmal nur der Zähler, deſſen Theile zu vermehren ſind, mit der ganzen Zahl multiplicirt, und unter dem Produkte der Nenner unverändert geſetzt, zuletzt dieſer in den Zähler dividirt.

2) Sind es pure einfache Brüche, ſo werden die beiden Zähler und die beiden Nenner mit einander multiplicirt, wovon das jedesmalige Produkt als neuer Zähler und Nenner angeſchrieben den neuen Bruch giebt, welcher zuletzt, wenn es ſeyn kann, verkleinert, gehoben wird. Auch können bei zuſammengeſetzten Verhältniſſen in Proportionsrechnungen, wie am gehörigen Orte in der Folge gelehrt werden wird, drei und mehrere pure Brüche mit einander zu multipliciren vorkommen, wo die Zähler nach- und mit einander multiplicirt durch ihr Produkt den neuen Zähler, und desgleichen die Nenner nach- und mit einander multiplicirt durch ihr Produkt den neuen Nenner geben. Zuletzt wird auch der neu reſultirende Bruch, wenn es ſeyn kann, verkleinert, gehoben.

3) Iſt ein gemiſchter Bruch mit einem gemiſchten, oder ein gemiſchter Bruch mit einem puren einfachen, und ſo umgekehrt zu multipliciren, ſo müſſen allzeit die gemiſchten Brüche vorher nach §. 43. N. III. * in pure einfache verwandelt werden, dann kann erſt nach Regel 2 die Multiplication geſchehen, weil nur beſtimmte Theile von ganzen Zahlen zu nehmen ſind. Kommt ein unächter Bruch zum Produkte heraus, ſo muß zuletzt der Nenner in den Zähler dividirt werden.

4) Iſt ein gemiſchter Bruch mit einer ganzen Zahl, und ſo umgekehrt, zu multipliciren, ſo muß auch vorher der gemiſchte Bruch in einen puren einfachen verwandelt werden; dann kann erſt nach Regel 1 die Multiplication geſchehen, weil nur die Theile der ganzen Zahlen zu nehmen ſind.

5) Sind zuſammengeſetzte Brüche mit einfachen, oder zuſammengeſetzte und gemiſchte zuſammengeſetzte Brüche mit einander zu multipliciren, ſo müſſen auch vorher die zuſammengeſetzten und gemiſchte zuſammengeſetzte in einfache nach §. 43. N. III. ** a, b, c, verwandelt werden, und dann erſt kann nach einer der angeführten hier einſchlagenden Multiplicationsregel multiplicirt werden.

6) Vor und bei der Multiplication in Brüchen iſt alſo gar nicht darauf zu ſehen, ob dieſelbe mit verſchiedenen oder einerlei Nennern gegeben ſind; denn die Benennung der Theile, welche entweder ganz gleich vielmal zu nehmen ſind, oder wovon nur ein gewiſſer Theil ein- oder mehrmal zu nehmen iſt, ſprechen hier die zu multiplicirenden Zahlen nach den Multiplications-Begriffen ſchon von ſelbſten aus.

§. 54.

Das leichteſte und geſchwindeſte Multiplications-Verfahren bei ungenannten Brüchen.

Dieß unterſcheidet ſich von dem Additions- und Subtractions-Verfahren beſonders in folgenden Stücken:

1) Werden die zu multiplicirenden Zahlen immer rechts an einem gerade abwärts geführten Striche unter einander angeſetzt, wo Multiplicator gerade ober oder unter dem Multiplicandus ſtehen kann.

2) Iſt nur darauf zu ſehen, ob die Brüche pure einfache ſind, wo nicht: daß ſie gleich in ſolche verwandelt werden, weil ſonſt nicht zu multipliciren iſt.

3) Werden von den angeſetzten puren einfachen Brüchen die Nenner geſtrichen, und gerade hinüber an die Linie links geſetzt, ſo, daß man gar keine Brüche, ſondern Nichts, als ganze Zahlen gegen einander ſtehen zu haben glaubt.

4) Sieht man, ob keine gleiche Zahlen ſich gegen einander heben, oder ſonſt nach den aus der Diviſion bekannten Verkleinerungsregeln, verkleinern laſſen. Die gleichen Zahlen werden zur Abkürzung gegen einander gleich geſtrichen, und die zu verkleinernden gegen einander verkleinert.

5) Werden nach den Multiplicationsregeln in ganzen Zahlen die ſtehen gebliebenen Zahlen rechts und links der Linie beſonders multiplicirt, und nach darunter hinüber gezogener Querlinie jedes Produkt an ſeiner Stelle hinuntergeſchrieben.

6) Wird das Produkt linker Hand in das Produkt rechter Hand dividirt, die daraus entſpringende Zahl iſt die geſuchte, welche, wenn ſie ein ächter Bruch iſt, nach Möglichkeit verkleinert, und iſt ſie ein unächter, in eine ganze Zahl mit oder ohne Reſt verwandelt werden muß.

Mit dieſer Verfahrungsart kann man nie gegen die Multiplicationsregeln in ungenannten Brüchen ſich verfehlen, wenn man ſolche auch nicht ganz im Kopfe hat, weil die Multiplication in gleich vielmaligen Nehmen der Theile beſteht, und ſich zuletzt nach dem Enthaltenſeyn in das beſtimmte Nehmen ganzer Theile ohne oder mit Bruchstheilen oder bloßer Bruchstheile auflößt, ſo können und durfen zum kürzern Verfahren hiebei die Nenner, welche die eigentlichen Nehmer ſind, rechts als Diviſoren gleich hinüber geworfen werden. Die geſetzte Linie hiebei iſt die Scheidewand, daß nicht Zahlen verkehrte Setzungen beim Heben oder Verkleinern derſelben gegen einander erhalten können. Daher darf nur der Anſatz, das Hinüberwerfen der Nenner, darauf heben oder verkleinern der Zahlen gegen einander jederzeit gehörig und richtig geſchehen, worauf alſo die größte Aufmerkſamkeit zu verwenden iſt; z. B.

3/4 iſt mit 4 zu multipliciren:

~~4~~	$\frac{3}{~~4~~}$
	~~4~~

Hier waren nach geſtrichenen und überſetzten Nenner 4 beiderſeits 4 geblieben, dieſe gegen einander geſtrichen gaben, weil kein Diviſor blieb, 3 Ganze.

Es giebt 3 Ganze.

So iſt es auch wenn 4 mit 3/4 zu multipliciren iſt, weil gleiches Verfahren eintritt.

Wenn 3/4 mit 2/3 multiplicirt werden ſoll:

~~4~~	~~3~~ / ~~4~~
~~3~~	~~2~~ / ~~3~~
2	1

Hier wurden 3 gegen einander als gleiche Zahlen durchs Streichen gehoben, dann 4 und 2 mit 2 gegen einander verkleinert, ſtatt 4 wurden herunter 2 geſetzt, und ſtatt 2 wurde geſetzt 1, nun blieb 2 in 1 zu dividiren, welches 1/2 giebt.

So giebt es $\frac{1}{2}$.

2/3 mit 1/2 multiplicirt:

	$\not 2$
3	$\not 3$
	1
$\not 2$	$\not 2$

giebt $\frac{1}{3}$.

Hier bleibt, nach geſtrichen gehobenen beiderſeitigen 2, Rechts 3 und Links 1, wo 3 in 1 dividirt 1/3 giebt.

$\frac{1}{1000}$ mit 3 multiplicirt:

	1
1000	$\not 1\not 0\not 0\not 0$
	3

giebt $\frac{3}{1000}$.

Weil 1 mit 3 hier Nichts multiplicirt, und ſonſt keine Verkleinerung zu machen iſt, ſo giebt 1000 in 3 dividirt $\frac{3}{1000}$.

3 mit 5/8 multiplicirt:

	3
	$\frac{5}{8}$
8	8

8 | 15 | $1\frac{7}{8}$ das Geſuchte.

Weil hier keine Verkleinerung zu machen iſt, ſo giebt 3 mit 5 multiplicirt 15, und 8 in 15 dividirt $1\frac{7}{8}$ als das Geſuchte.

15/16 mit 48 multiplicirt:

	15
16	$\not 1\not 6$
1	$\not 4\not 8$
	3

giebt 45 Ganze.

Weil hier 16 und 48 mit 16 zu 1 und 3 zu verkleinern waren, ſo waren zuletzt nur 15 und 3 mit einander zu multipliciren.

365 mit 3/4 multiplicirt:

	365
	$\frac{3}{4}$
4	4

4 | 1095 | $273\frac{3}{4}$.

Weil hier Nichts zu verkleinern iſt, ſo ſind 365 mit 3 zu multipliciren, wovon das Produkt 1095 mit 4 dividirt giebt $273\frac{3}{4}$ das Geſuchte.

4/5 mit 3/4 multiplicirt:

	~~4~~
5	~~5~~
	3
~~4~~	~~4~~
5	3

5 | 3 | 3/5 das Geſuchte.

Hier heben ſich die gleichen Zahlen 4 ſchon geſtrichen gegen einander.

4/5 mit 7/8 multiplicirt:

~~8~~	7
	~~8~~
2	~~4~~
	~~5~~
5	1

10 | 7 | 7/10 das Geſuchte.

Hier waren nur 4 und 8 mit 4 zu 4 und 1 zu verkleinern.

1/3, 3/4, 2/5 mit einander multiplicirt:

	1
~~3~~	~~3~~
	~~3~~
4	~~4~~
2	~~2~~
5	~~5~~
	1

10 | 1 | 1/10 das Geſuchte.

Nach geſtrichen gehobenen 3 und 3 und verkleinerten 4 und 2 mit 2 zu 2 und 1 bleiben links 2 und 5 mit einander zu multipliciren, und rechts ſtehen nur 1 und 1, welche Nichts multipliciren, daher wird das Geſuchte 1/10.

2/3 mit 3/4 multiplicirt:

	~~2~~
~~3~~	~~3~~
	~~3~~
~~4~~	4
2	1

2 | 1 | 1/2 das Geſuchte.

Hier heben ſich auch die gleichen Zahlen 3 gegen einander, und 2 und 4 laſſen ſich mit 2 zu 1 und 2 verkleinern.

1/2, 2/3, 3/4 mit einander multiplicirt:

	1
~~2~~	~~2~~
	~~2~~
~~3~~	~~3~~
	~~3~~
4	4

4 | 1 | 1/4 das Geſuchte.

Hier bleiben nach geſtrichen gehobenen 2 und 2, 3 und 3, 4 zum Diviſor links, und 1 zum Dividendus rechts. Daher iſt 1/4 das Geſuchte.

2/3, 5/8, 8/9, 9/10 mit einander multiplicirt:

	1
3	~~2~~
	~~3~~
	~~5~~
~~8~~	~~8~~
	~~8~~
~~9~~	~~9~~
~~2~~	~~9~~
~~10~~	~~10~~

3 | 1 | 1/3 das Geſuchte.

Hier heben ſich 8 und 8, 9 und 9, gegen einander, 5 und 10 ſind mit 5 zu 1 und 2 zu verkleinern. 2 und 2 heben ſich nun auch gegen einander, es bleiben alſo links 3 und rechts 1; daher 3 in 1 dividirt herauskommt 1/3.

$18\frac{3}{4}$ mit $2\frac{2}{5}$ multiplicirt:

$18\frac{3}{4}$ pur gemacht.

$2\frac{2}{5}$ Desgleichen.

	15
	~~75~~
~~4~~	~~4~~
1	~~12~~
~~5~~	~~5~~
1	3
—	45 Ganze.

Hierauf 4 und 12 mit 4 zu 1 und 3 verkleinert, dann 5 und 75 mit 5 zu 1, und 15 gleichfalls verkleinert bleiben links 1 und rechts 3, und 15 mit einander zu multipliciren. Da 1 Nichts dividirt, ſo ſind 45 Ganze das Geſuchte.

$3\frac{3}{4}$ mit $12\frac{7}{8}$ multiplicirt:

$3\frac{3}{4}$ pur gemacht.

$12\frac{7}{8}$

	15	
4	4	
	103	
8	8	
32	1545	$48\frac{9}{32}$.

Hierauf, weil ſich Nichts gegen einander heben, oder verkleinern läßt, links 4 und 8, und rechts 15 und 103 mit einander multiplicirt, reſultiren die gehörig herabgeſetzten Produkte 32 und 1545, aus deren Diviſion $48\frac{9}{32}$ entſpringt.

$6\frac{2}{3}$ mit $5\frac{1}{4}$ multiplicirt:

$6\frac{2}{3}$ pur gemacht.

$5\frac{1}{4}$

	~~20~~
~~3~~	~~3~~
1	~~21~~
~~4~~	~~4~~
1	7
	5
—	35 Ganze.

Hierauf 3 und 21 mit 3 zu 1 und 7, dann 4 und 20 mit 4 zu 1 und 5 verkleinert bleiben links 1, und rechts 7 und 5 mit einander zu multipliciren, und da 1 nichts dividirt, ſo iſt rechts das Produkt 35 das geſuchte.

$26\frac{2}{3}$ mit $7\frac{1}{2}$ multiplicirt:

$26\frac{2}{3}$ pur gemacht.
$7\frac{1}{2}$

	40
	80 (gestrichen)
3 (gestrichen)	3 (gestrichen)
	15 (gestrichen)
2 (gestrichen)	2 (gestrichen)
1	5
—	200 Ganze.

Hier können 3 und 15 mit 3 zu 1 und 5, dann 2 und 80 mit 2 zu 1 und 40 verkleinert werden. Es bleibt links 1, und weil es Nichts dividirt, ſo iſt von links 40, und 5 das Produkt, 200 das Geſuchte.

$3\frac{1}{5}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt:

$3\frac{1}{5}$ pur gemacht.
$\frac{3}{4}$ hinübergeſetzt.

	16 (gestrichen)
5	5 (gestrichen)
	3
4 (gestrichen)	4 (gestrichen)
1	4

5 | 12 | $2\frac{2}{5}$.

Hierauf 4 und 16 mit 4 zu 1 und 4 verkleinert, dann recht 3 und 4 mit einander multiplicirt, das Produkt 12 hievon mit 5 links dividirt giebt $2\frac{2}{5}$ als das Geſuchte.

$\frac{2}{3}$ mit $8\frac{1}{8}$ multiplicirt:

$\frac{2}{3}$ hinübergeſetzt.
$8\frac{1}{8}$ pur gemacht.

	2 (gestrichen)
3	3 (gestrichen)
	65
8 (gestrichen)	8 (gestrichen)
4	1

12 | 65 | $5\frac{5}{12}$.

Hier laſſen ſich nur 2 und 8 mit 2 zu 1 und 4 verkleinern, dann werden links 3 und 4 mit einander multiplicirt, und weil Rechts 1 Nichts multiplicirt, ſo wird das Produkt 12 in 65 dividirt, woraus das Geſuchte $5\frac{5}{12}$ entſpringt.

$3\frac{1}{2}$ mit 8 multiplicirt:

| $3\frac{1}{2}$ pur gemacht.
| 8 hinübergeſetzt.

	7
2	2
	8
1	4
—	28 Ganze.

Hier laſſen ſich nur 2 und 8 mit 2 zu 1 und 4 verkleinern, und da 1 Rechts Nichts dividirt, ſo iſt von Rechts 7 und 4 das Produkt 28 das Geſuchte.

8 mit $47\frac{1}{2}$ multiplicirt:

| $47\frac{1}{2}$ pur gemacht.
| 8

	95
2	2
1	8
	4
—	380 Ganze.

Hier laſſen ſich wieder nur 2 und 8 mit 2 zu 1 und 4 verkleinern, und da 1 Rechts Nichts dividirt, ſo giebt das Produkt von 4 und 95 das Geſuchte 380.

$3\frac{5}{8}$ mit 4 multiplicirt:

| $3\frac{5}{8}$ pur gemacht.
| 4 hinübergeſetzt.

	29	
8	8	
2	4	
	1	
2	29	$14\frac{1}{2}$.

Hier laſſen ſich 8 und 4 mit 4 zu 2 und 1 verkleinern, dann, weil beiderſeits Nichts mehr zu verkleinern, und auch zu multipliciren iſt, ſo giebt 2 in 29 dividirt das geſuchte $14\frac{1}{2}$.

$7\frac{3}{4}$ mit 108 multiplicirt:

| $7\frac{3}{4}$ pur gemacht.
| 108 hinübergeſetzt.

	31
4	4
	108
1	27
—	837 Ganze.

Hier laſſen ſich 4 und 108 mit 4 zu 1 und 27 verkleinern, und da 1 links Nichts dividirt, ſo iſt von 31 und 27 rechts das Produkt 837 das Geſuchte.

Sind $16\frac{\frac{3}{4}}{5}$ mit $9\frac{\frac{1}{3}}{4}$ zu multipliciren, ſo werden zuerſt hier die zuſammengeſetzten Brüche in die einfachen $\frac{3}{20}$ und $\frac{1}{12}$ verwandelt, und dann angeſetzt:

$16\frac{3}{20}$ pur gemacht.

$9\frac{1}{12}$ desgleichen.

20	323 / ~~20~~
12	109 / ~~12~~
24(0	35,2,0(7 | $146\frac{167}{240}$ das Geſuchte, wo keine weitere Verkleinerung ſtatt findet.
	24
	112
	96
	160
	144
	16.

Da ſich hier Nichts gegen einander verkleinern läßt, ſo werden die Zahlen rechts, dann links mit einander multiplicirt, worauf das Produkt links in das Produkt rechts dividirt wird.

Sind ferner $\frac{\frac{5}{8}}{9}$ mit $3\frac{3}{4}$ zu multipliciren, ſo kann hier der zuſammengeſetzte Bruch $\frac{\frac{5}{8}}{9}$, weil er nur aus zwei Nennern beſteht, unverändert zum Anſatze kommen, die zwei Nenner aber werden vor der Ausarbeitung links hinübergeſetzt, der gemiſchte Bruch $3\frac{3}{4}$ iſt aber vorher in puren einfachen $\frac{15}{4}$ zu verändern, als:

	5
8	~~8~~
~~9~~	~~9~~
	~~15~~
4	4
3	5
96	25 | $\frac{25}{96}$ das Geſuchte.

Hier ſind 9 und 15 mit 3 zu 3 und 5 zu verkleinern, und da Nichts weiter gegen einander mehr verkleinert werden kann, ſo werden die Zahlen links, dann rechts mit einander multiplicirt, und die beiderſeitigen Produkte herabgeſetzt. Endlich wird das linke in das rechte Produkt dividirt, es giebt $\frac{25}{96}$.

Sind weiter $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ mit $\frac{3}{8}$ zu multipliciren, ſo wird hier, des geſchwindern Verfahrens wegen, der zuſammengeſetzte Bruch, weil er aus zwei Zählern und zwei Nennern beſteht, vorher in den einfachen $\frac{3}{8}$ verändert, dann ſteht zum Anſatze:

$$\begin{array}{r|l}
8 & \frac{3}{\cancel{8}} \\
8 & \frac{3}{8} \\
\hline
64 & 9 \;\Big|\; \frac{9}{64}
\end{array}$$

Weil hier gegen einander Nichts zu verkleinern iſt, ſo ſind nur die beiderſeitigen Produkte gleich herabzuſetzen, und das linke Produkt in das rechte dividirt, giebt 9/64.

das Geſuchte.

Iſt $2\frac{\frac{1}{2}}{3}$ mit $1\frac{\frac{1}{2}}{4}$ zu multipliciren, ſo ſind dieſe gemiſchten doppelten Brüche vorher in die einfachen $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{8}$ verwandelt zum Anſatze zu bringen, als:

$$\begin{array}{r|l}
\cancel{6} & \frac{5}{\cancel{6}} \\
2 & \cancel{3} \\
8 & 8 \\
\hline
16 & 5 \;\Big|\; \frac{5}{16}
\end{array}$$

Hier läßt ſich 6 und 3 mit 3 zu 2 und 1 verkleinern. Die gebliebenen Zahlen links multiplicirt, geben das Produkt 16, welches in 5 rechts dividirt den Bruch 5/16 giebt.

das Geſuchte.

Beiſpiele zur Übung ohne Anſatz.

Wie viel iſt dritthalbmal $\frac{2}{5}$? oder, welches das nämliche iſt: wie viel iſt $\frac{2}{5}$ mit $2\frac{1}{2}$ multiplicirt? oder $2\frac{1}{2}$mal $\frac{2}{5}$, wie viel iſt es? Antwort 1 Ganzes.

Not. Weil zuletzt 5 in 5, oder verkleinert 1 in 1 zu dividiren bleibt.

Wie viel iſt $\frac{3}{4}$ aus $\frac{7}{12}$? oder, welches das nämliche iſt: $\frac{7}{12}$ mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt? Antw. $\frac{7}{16}$.

$\frac{4}{7}$ mit 16 multiplicirt, wie viel iſt es? Antw. $9\frac{1}{7}$.

48 mit $\frac{3}{4}$ multiplicirt, wie viel iſt es? Antw. 36 Ganze.

Wie viel iſt $4\frac{2}{3}$ mit $5\frac{3}{4}$ multiplicirt? Antw. $26\frac{5}{6}$.

$30\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{4}$ mit einander multiplicirt, wie viel geben ſie? Antw. $122\frac{57}{64}$.

Wie viel iſt $\frac{1}{2}$ mal, $\frac{1}{4}$ mal $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ mal mehr? Antw. $\frac{1}{64}$.

Wie viel betragen $3\frac{1}{6}$, $2\frac{5}{12}$, $1\frac{3}{8}$? Antw. $10\frac{301}{576}$.

§. 55.

Probe über die Multiplication in ungenannten Brüchen.

Wie bei der Multiplication in ungenannten ganzen Zahlen, ſo geſchieht auch hier die erſte Probe dadurch, daß man die Multiplication mit Verſetzung des vorigen Multiplicators zum Multiplicandus wiederhole.

Kommt das nämliche facit wie das Erſtemal heraus, ſo iſt recht multiplicirt worden. Doch iſt auch hier wieder ſichrer die Probe durch die Diviſion zu machen, welches im folgenden Abſchnitte am Ende gezeigt werden ſoll.

IV. Abſchnitt.

Die Diviſion in ungenannten gebrochenen Zahlen (Brüchen).

§. 56.

Dividiren (wiederholtes Subtrahiren) heißt hier, auch aus nur zwei gegebenen Brüchen oder einem Bruche und einer ganzen Zahl eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine von der andern ſo vielmal oder ſo oft genommen oder abgezählt worden ſei, als iene beſtimmte, oder iene in dieſer enthalten iſt.

Bei dieſem Dividiren kommen alſo, wie bei dem Subtrahiren, zwei Zahlen vor, welche aber ſeyn können, wie ſie wollen, der Diviſor iſt die Hauptzahl, denn von der Größe desſelben gegen den Dividendus hängt es lediglich ab, wie vielmal iener in dieſem ganz oder Bruchsweiſe enthalten ſei, demnach welche und wie viele gleichgroße ganze Theile mit oder ohne Bruch oder bloße Bruchstheile erhalten werden können.

a) Solche ganze Theile ohne Bruch giebt dieſe Diviſion,

1) wenn gleiche Brüche mit einerlei Nenner in einander zu dividiren ſind, weil Gleiches in Gleichen einmal ganz enthalten iſt, z. B. $\frac{3}{4}$ in $\frac{3}{4}$ dividirt, giebt 1 Ganzes, oder einen ganzen Theil, ſo auch $2\frac{3}{4}$ in $2\frac{3}{4}$. Denn beide pur gemacht geben $\frac{11}{4}$ in $\frac{11}{4}$ dividirt, wovon 1 Ganzes reſultirt.

2) Wenn bei ungleichen Brüchen mit einerlei Nennern der kleinere Bruch in den größeren gerade aus dividirt werden kann; z. B. $\frac{2}{15}$ in $\frac{14}{15}$ dividirt giebt 7 ganze Theile, ſo auch $3\frac{1}{3}$ in $33\frac{1}{3}$, denn wieder beide pur gemacht geben $\frac{10}{3}$ in $\frac{100}{3}$ zu dividiren, wovon 10 ganze Theile herauskommen.

3) Wenn ein Bruch in eine ganze Zahl oder gemiſchten Bruch gerade aus dividirt; z. B. $\frac{2}{3}$ in 2 dividirt heißt ſo viel als zwei Ganze ſollen mit 3 durch die Multiplication in 6 Theile, damit dividirt werden kann, aufgelößt, und dieſe durch 2 dividirt werden, es kommen 3 ganze Theile heraus. Desgleichen $\frac{1}{2}$ in 1 dividirt, giebt 2 ganze Theile; oder $\frac{2}{3}$ in $12\frac{2}{3}$ dividirt, d. h. $12\frac{2}{3}$ pur gemacht $\frac{38}{8}$, denn 2 in 38 dividirt giebt 19 Ganze.

b) Ganze Theile mit Bruchstheilen giebt dieſe Diviſion,

1) wenn bei ungleichen Brüchen mit einerlei Nennern der kleinere Bruch in den größern nicht gerade aus dividirt werden kann; z. B. $\frac{2}{5}$ in $\frac{3}{5}$ dividirt giebt $1\frac{1}{2}$, d. h. einen ganzen und $\frac{1}{2}$ Theil, desgleichen $3\frac{1}{2}$ in $28\frac{1}{2}$, denn beide pur gemacht geben $\frac{7}{2}$ in $\frac{57}{2}$ zu dividiren, woraus $8\frac{1}{7}$ reſultiren.

2) Wenn bei Brüchen mit verſchiedenen Nennern, welche zu einerlei Nenner gebracht ſind, der kleinere Bruch in den größeren nicht gerade aus dividirt werden kann; z. B. $\frac{2}{3}$ in $\frac{7}{8}$ oder in einerlei Nenner verwandelt $\frac{16}{24}$ in $\frac{21}{24}$ giebt $1\frac{5}{16}$. Statt der Verwandlung in einerlei Nenner kann man kürzer verfahren, nur den Diviſor umkehren, den Nenner zum Zähler machen, und hierauf Zähler mit Zähler multipliciren, es kommt das Nämliche heraus. Alſo, ſtatt $\frac{2}{3}$ in $\frac{7}{8}$ zu dividiren, ſetze $\frac{3}{2}$ mit $\frac{7}{8}$ multiplicirt giebt $\frac{21}{16}$ oder $1\frac{5}{16}$, weil die Diviſion Probe der Multiplication iſt, daher ein umgekehrtes Verfahren das nämliche bewirken muß. Desgleichen $2\frac{3}{4}$ in $3\frac{1}{2}$ oder pur gemacht $\frac{11}{4}$ in $\frac{7}{2}$ und nach umgekehrten Diviſor $\frac{4}{11}$ mit $\frac{7}{2}$ multiplicirt, kommt $\frac{28}{22}$ oder $1\frac{6}{22}$ oder mit 2 verkleinert $1\frac{3}{11}$ heraus.

3) Wenn ein purer Bruch in eine ganze Zahl oder gemiſchter Bruch nicht gerade aus dividirt; z. B. $\frac{3}{4}$ in 20 dividirt, d. h. 20 mit 4 durch die Multiplication in 80 Theile, damit dividirt werden kann, aufgelößt, und mit 3 dividirt giebt $26\frac{2}{3}$. Desgleichen $\frac{3}{4}$ in $6\frac{1}{2}$ dividirt d. h. $6\frac{1}{2}$ pur gemacht $\frac{13}{2}$, dann nach umgekehrten Diviſor $\frac{4}{3}$ mit $\frac{13}{2}$ multiplicirt kommt $\frac{52}{6}$ oder $8\frac{4}{6}$ oder mit 2 verkleinert $8\frac{2}{3}$ heraus.

c) Solche bloße Bruchstheile oder eigentliche pure Brüche kommen heraus, die beiden Brüche mögen ſeyn, welche ſie wollen, wenn

1) der dividirende Bruch gröſer, als der zu dividirende iſt, d. h. der Diviſor gröſer, als der Dividendus, wie bei den ganzen Zahlen iſt; z. B. $\frac{5}{6}$ in $\frac{2}{6}$ dividirt giebt $\frac{2}{5}$, und $\frac{3}{4}$ in $\frac{1}{4}$ giebt $\frac{1}{3}$.

$\frac{7}{8}$ in $\frac{8}{11}$ dividirt giebt $\frac{64}{77}$ nach umgekehrten Diviſor $\frac{8}{7}$ mit $\frac{8}{11}$ multiplicirt $3\frac{1}{2}$ in $2\frac{1}{4}$ oder pur gemacht $\frac{7}{2}$ in $\frac{9}{4}$ und nach umgekehrten Diviſor $\frac{2}{7}$ mit $\frac{9}{4}$ multiplilirt, kommt $\frac{18}{28}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{9}{14}$ heraus.

2) Wenn eine ganze Zahl in einen puren Bruch oder geringern gemiſchten Bruch zu dividiren iſt; z. B. 1 in $\frac{1}{10}$ bleibt $\frac{1}{10}$ oder 4 in $\frac{2}{3}$ d. h. 4 ganze ſollen mit 3 durch die Multiplication in 12 Theile aufgelöſt, und 12 in 2 dividirt werden, es kommt $\frac{2}{12}$, oder mit 2 verkleinert $\frac{1}{6}$ heraus. Desgleichen wenn 19 in $6\frac{1}{3}$ zu dividiren iſt, ſo wird $6\frac{1}{3}$ pur gemacht zu $\frac{19}{3}$, dann werden die 19 Ganzen mit dem Nenner 3 durch die Multiplication in 57 Theile aufgelöſt, und 57 in 19 dividirt, es kommt $\frac{19}{57}$ oder mit 19 verkleinert $\frac{1}{3}$ heraus.

In Gemäsheit dieſer aufgeſtellten Begriffe von der verſchiedenen Diviſion in ungenannten Brüchen gelten nun auch folgende Diviſionsregeln in denſelben:

1) Bei gleichen Brüchen mit einerlei Nennern oder ungleichen Brüchen mit einerlei Nennern, wird, weil die Zähler die Theile enthalten, der Zähler des Diviſors in den Zähler des Dividendus nach den Diviſionsregeln in ganzen Zahlen dividirt, der Quotient giebt nach dem Enthaltenſeyn ganze Theile mit oder ohne Bruch oder bloſe Bruchstheile, welche zuletzt, wenn es ſeyn kann, verkleinert werden.

2) Wenn Brüche mit verſchiedenen Nennern in einander zu dividiren ſind, ſo müſſen ſolche vor der Diviſion erſt in Brüche mit einerlei Nennern verwandelt und dann nach erſter Diviſionsregel dividirt werden. Statt dieſer Verwandlung kann man auch den Diviſor umgekehrt ſetzen, und hierauf blos Zähler und Zähler, Nenner und Nenner mit einander multipliciren, weil gleiches, wie oben lit. b. N. 2 bemerkt wurde, herauskömmt. Denn es iſt eben ſo viel, als wenn gleiche Nenner gemacht, und hinein dividirt worden wäre.

3) Wenn gemiſchte Brüche oder gemiſchte und pure Brüche in einander zu dividiren ſind, ſo müſſen die gemiſchten jedesmal vorher in pure verwandelt werden, dann wird nach den einſchlagenden Diviſions-Regeln 1 und 2 erſt dividirt.

4) Wenn pure oder gemiſchte Brüche in ganze Zahlen zu dividiren ſind, ſo müſſen die gemiſchten auch vorher in pure verwandelt werden, dann wird der Bruchs-Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt, und das Produkt als neuer Zähler, darunter der vorige Zähler als Nenner geſetzt, zuletzt der Bruch, wenn er unächt iſt, aufgelößt, oder als ächter verkleinert, wenn es ſeyn kann, ſo iſt die Diviſion geſchehen.

5) Wenn ganze Zahlen in pure oder gemiſchte Brüche zu dividiren ſind, ſo werden die gemiſchten Brüche vorher auch in pure verwandelt, dann wird der Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt, aber das Produkt als neuer Nenner, und darüber der vorige Zähler geſetzt, zuletzt der Bruch, wenn er unächt iſt, aufgelößt, oder als ächter verkleinert, wenn es ſeyn kann.

6) Sind zuſammengeſetzte Brüche in einfache oder zuſammengeſetzte auch gemiſcht zuſammengeſetzte in einander zu dividiren, ſo müſſen dieſe auch vorher in einfache pure Brüche aufgelößt werden, worauf die Diviſion nach den angeführten einſchlagenden Diviſionsregeln vollſtändig geſchieht.

§. 57.

Das leichteſte und geſchwindeſte Diviſions-Verfahren bei ungenannten Brüchen.

Wie bei der Multiplication, ſo wird auch hier zum Anſatze der zu dividirenden Zahlen ein gerader Strich abwärts geführt, an denſelben aber, welches der einzige Unterſchied iſt,

1) links der Diviſor und gerade hinüber rechts der Dividendus geſetzt;

2) gelten zur regelmäßigen vollſtändigen Ausarbeitung auch hier ganz die §. 54. N. 2 bis 6 und am Ende aufgeführten Vorſchriften; denn die alleinige Setzung des Diviſors auf die linke Seite bewirkt ſchon, daß ganz nach den Diviſionsregeln verfahren wird, ohne daß man dieſelben viel im Kopfe, und ſich derſelben viel zu erinnern hat. Auch hat man hier gar nicht darauf zu ſehen, welcher Bruch größer oder kleiner iſt, ob zwei Brüche gegen einander gleich, oder mit einerlei Nenner ſeien oder nicht,

wenn nur einmal der Diviſor links, und der Dividendus rechts geſetzt iſt. Auf dieſe Art ſind nur die Additions- und Subtractionsregeln wohl zu merken, weil die Multiplication und Diviſion nach der beſondern Verfahrungsmethode ſich ſchon von ſelbſt leicht machen läßt, wenn die Regeln nur etwas verſtanden worden ſind, wie folgende ausgearbeitete Diviſions-Beiſpiele noch zeigen ſollen.

Man hat zu dividiren $\frac{3}{7}$ in $\frac{6}{7}$.

$$\begin{array}{c|c} \frac{\cancel{3}}{\cancel{7}} & \frac{\cancel{6}}{\cancel{7}} \\ 1 & 2 \\ \hline - & 2 \end{array}$$

Hier ſtreicht man die gleichen Nenner, und verkleinert 3 und 6 mit 3 zu 1 und 2.

2 ganze Theile ſind der Quotient.

Man hat zu dividiren $\frac{2}{7}$ in $\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{c|c|l} \frac{2}{\cancel{7}} & \frac{3}{\cancel{4}} & \\ 4 & 7 & \\ \hline 8 & 21 & 2\frac{5}{8} \end{array}$$

Hier iſt nach verſetzten Nennern Nichts gegen einander zu verkleinern, es wird links und rechts multiplicirt.

$2\frac{5}{8}$ das Geſuchte.

Iſt $\frac{3}{10}$ in $\frac{9}{10}$ zu dividiren.

$$\begin{array}{c|c} \frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} & \frac{\cancel{9}}{\cancel{10}} \\ 1 & 3 \\ \hline - & 3 \end{array}$$

wie oben.

3 ganze Theile.

Wenn $\frac{5}{8}$ in $\frac{7}{8}$ zu dividiren iſt, ſo werden die gleichen Nenner auch geſtrichen, und da Nichts zu verkleinern, auch Nichts zu multipliciren iſt, ſo wird 5 in 7 dividirt, es giebt $1\frac{2}{5}$.

$$\begin{array}{c|c} \frac{5}{\cancel{8}} & \frac{7}{\cancel{8}} \\ \hline - & 1\frac{2}{5} \end{array}$$

als das Geſuchte.

Iſt $\frac{5}{6}$ in $\frac{2}{5}$ zu dividiren.

$$\begin{array}{c|c|c} \frac{5}{\cancel{6}} & \frac{2}{\cancel{5}} & \\ 5 & 6 & \\ \hline 25 & 12 & \frac{12}{25}. \end{array}$$

Nach geſtrichenen und verſetzten Nenner iſt Nichts zu verkleinern, nur darauf zu multipliciren.

Oder es iſt $\frac{5}{6}$ in $\frac{2}{6}$ zu dividiren.

$$\begin{array}{c|c} \frac{5}{\cancel{6}} & \frac{2}{\cancel{6}} \\ \hline - & \frac{2}{5} \end{array}$$

Nach geſtrichenen Nennern bleibt hier 5 in 2 zu dividiren.

$\frac{2}{5}$ das Geſuchte.

Iſt $\frac{5}{7}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren.

$\frac{5}{\cancel{7}}$	$\frac{2}{\cancel{3}}$	
3	7	
15	14	$\frac{14}{15}$.

Nach geſtrichenen und verſetzten Nennern iſt hier auch Nichts zu verkleinern, ſondern gleich zu multipliciren.

Iſt $\frac{1}{1000}$ in $\frac{1}{10000}$ zu dividiren.

$\frac{1}{1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}$	$\frac{1}{1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}$	
$10\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}$	$\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}$	
—	$\frac{1}{10}$ der Quotient.	

Hier werden nach verſetzten Nennern gegen einander beiderſeits zur Verkleinerung gleichviele Nullen geſtrichen.

Iſt $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{7}$ zu dividiren.

$\frac{2}{\cancel{3}}$	$\frac{4}{\cancel{7}}$	
7	3	
14	12	$\frac{12}{14}$ oder mit 2 verkleinert $\frac{6}{7}$ der Quotient.

Hier iſt nach verſetzten Nennern Nichts zu verkleinern, nur zu multipliciren.

$4\frac{3}{4}$ in $16\frac{2}{3}$ dividirt.

$4\frac{3}{4}$	$1\cancel{6}\,\frac{2}{3}$	
$\frac{19}{4}$	$\frac{50}{\cancel{3}}$	pur gemacht
3	4	Nenner verändert.
57	200	$3\frac{29}{57}$ der Quotient.

Iſt $\frac{3}{8}$ in $\frac{7}{9}$ zu dividiren.

$\frac{3}{\cancel{8}}$	$\frac{7}{\cancel{9}}$	
9	8	
27	56	$2\frac{2}{27}$.

Ebenfalls hier Nichts zu verkleinern.

Iſt $\frac{1}{10000}$ in $\frac{1}{1000}$ zu dividiren.

Weil hier $\frac{1}{1000}$ wegen der größern Theile größer, als $\frac{1}{10000}$ iſt, ſo kommen 10 ganze Theile heraus.

$\frac{1}{10\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}$	$\frac{1}{10\cancel{0}\cancel{0}}$	
$1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}$	$1\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}$	
—	10 Ganze der Quotient.	

Oder $\frac{4}{7}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren.

$\frac{4}{\cancel{7}}$	$\frac{2}{\cancel{3}}$	
3	7	
12	14	$1\frac{2}{12}$ oder mit 2 verkleinert $1\frac{1}{6}$ der Quotient.

Hier iſt nach verſetzten Nennern auch Nichts zu verkleinern, nur zu multipliciren.

$7\frac{1}{2}$ in $26\frac{2}{3}$ dividirt.

$\cancel{7}\,\frac{1}{2}$	$2\cancel{6}\,\frac{2}{3}$	
15	$8\cancel{0}$	pur gemacht
$\cancel{2}$	$\cancel{3}$	Nenner verändert
$\cancel{3}$	2	hierauf multiplicirt.
45	160	$3\frac{25}{45}$ oder mit 5 verkleinert $3\frac{5}{9}$ der Quot.

$2\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{100}$ dividirt.

$2\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{100}$
$\frac{5}{2}$ | — pur gemacht
100 | 2 Nenner verändert, mit 2 verkleinert,
50 | 1 multiplicirt.
250 | 1 | $\frac{1}{250}$ der Quotient.

$\frac{3}{4}$ in 7 dividirt.

3 | 7
4 | 4 Nenner verändert und multiplicirt.
3 | 28 | $9\frac{1}{3}$ der Quotient.

$\frac{15}{16}$ in 24 dividirt.

15 | 24
16 | 16 Nenner verändert, multiplicirt.
15 | 384 | $25\frac{9}{15}$ oder mit 3 verkleinert $25\frac{3}{5}$.

$\frac{3}{4}$ in $9\frac{5}{12}$ dividirt.

3 | $9\frac{5}{12}$
4 |
12 | $\frac{113}{12}$ Nenner verändert. 4 und 12 mit 4 verkleinert zu 1 und 3.
3 | 4
9 | 113 | $12\frac{5}{9}$ der Quotient.

$\frac{2}{3}$ in 2 dividirt.

2 | 2
3 | 3 Nenner verändert.
2 | 6 | 3 Ganze.

4 in $48\frac{3}{5}$ dividirt.

4 | $48\frac{3}{5}$
| $\frac{243}{}$ pur gemacht
5 | 5 Nenner verändert, multiplicirt.
2(0 | 24(3 | $12\frac{3}{20}$.

4 in $25\frac{2}{3}$ dividirt.

4 | $25\frac{2}{3}$
  | 77 pur gemacht
3 | $\overline{3}$ Nenner verändert, multiplicirt.

12 | 77 | $6\frac{5}{12}$.

6 in $9\frac{1}{3}$ dividirt.

6 | $9\frac{1}{3}$
  | 28 pur gemacht
3 | $\overline{3}$ Nenner verändert. 6 und 28 mit 2 verkleinert.
3 | 14

9 | 14 | $1\frac{5}{9}$ der Quotient.

12 in $\frac{8}{9}$ dividirt.

12 | 8
9 | $\overline{9}$ Nenner verändert. 12 und 8 mit 4
3 | 2 verkleinert.

27 | 2 | $\frac{2}{27}$ der Quotient.

5 in $13\frac{3}{4}$ dividirt.

5 | $13\frac{3}{4}$
  | 55 pur gemacht
4 | $\overline{4}$ Nenner verwandelt
1 | 11 5 und 55 mit 5 zu 1 und 11 verkleinert.

4 | 11 | $2\frac{3}{4}$ der Quotient.

19 in $6\frac{1}{3}$ dividirt.

19 | $6\frac{1}{3}$
1 | 19 pur gemacht
3 | $\overline{3}$ Nenner verwandelt. 19 und 19 gegen
  | 1 einander gehoben.

3 | 1 | $\frac{1}{3}$ der Quotient.

4 in $\frac{2}{3}$ dividirt.

4 | 2
3 | $\overline{3}$ Nenner verändert. 2 und 4 mit 2 verkleinert.
2 | 1

6 | 1 | $\frac{1}{6}$ der Quotient.

7 in $\frac{4}{5}$ dividirt.

7	$\frac{4}{5}$
5	Nenner verändert.
35	4 | $\frac{4}{35}$ der Quotient.

1 in $\frac{1}{1000}$ dividirt.

1	$\frac{1}{1000}$
1000	Nenner verändert.
—	$\frac{1}{1000}$ der Quotient.

$1\frac{1}{4}$ in 16 dividirt.

$1\frac{1}{4}$	16
$\frac{5}{4}$	pur gemacht
	4 Nenner verändert.
5	64 | $12\frac{4}{5}$ der Quotient.

$2\frac{1}{2}$ in 64 dividirt.

$2\frac{1}{2}$	64
$\frac{5}{2}$	pur gemacht
	2 Nenner verändert.
5	128 | $25\frac{3}{5}$ der Quotient.

$\frac{\frac{2}{3}}{4}$ in $\frac{\frac{3}{5}}{6}$ dividirt.

2 / 3 / 4	3 / 5 / 6 einfach gemacht
2 / 12	3 / 30
30	12 Nenner verändert
10	1 verkleinert 3 und 30 mit 3. 2 und 12
1	6 verkleinert mit 2. 6 und 10 verkleinert
5	3 mit 2.
5	3 | 3/5 der Quotient.

$\frac{\frac{25}{96}}{}$ in $\frac{\frac{5}{8}}{9}$ dividirt.

25 / 96	5 / 8 / 9 einfach gemacht
	5 / 72 Nenner verändert
72	96 5 und 25 mit 5 verkleinert. 72 und 96
5	1 mit 24 verkleinert.
3	4
15	4 | 4/15 der Quotient.

$\frac{3}{8}$ in $\frac{1}{2}$ dividirt.

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{3}{4}$ einfach gemacht
1	$\frac{3}{8}$ Nenner gegen einander gehoben.
	1
—	1 Ganzes der Quotient.

$1\frac{1}{2}$ in $2\frac{1}{2}$ dividirt.

4 3

$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3}$
4	3 einfach gemacht
$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$ Nenner verändert.
6	8
18	40 | $2\frac{4}{18}$ oder mit 2 verkleinert $2\frac{2}{9}$ der Quotient.

Beiſpiele zur Übung ohne Anſatz.

Wie oft iſt $\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{5}$ enthalten? Antwort $1\frac{1}{15}$mal.

Wie oft iſt $\frac{3}{4}$ in 12 enthalten? Antwort 16mal.

Wie viel kommt auf einen Theil, wenn 8 ſich in $16\frac{1}{2}$ theilen ſollen? Antwort $2\frac{1}{16}$.

Wie oft kann man $6\frac{1}{2}$ von 100 wegnehmen? Antwort $15\frac{5}{13}$mal.

Was kommt auf einen Theil, wenn $6\frac{1}{2}$ in $9\frac{3}{4}$ dividirt wird? Antwort $1\frac{1}{2}$.

Wie groß iſt der Quotient, wenn $\frac{12}{25}$ in $70\frac{5}{6}$ dividirt wird? Antwort $147\frac{41}{72}$.

Und wie groß, wenn $70\frac{5}{6}$ in $\frac{12}{25}$ dividirt wird? Antwort $\frac{72}{10625}$.

§. 58.

Probe über die Diviſion und Multiplication in ungenannten Brüchen.

a) über die Diviſion.

Man multiplicirt den Quotienten mit dem Diviſor; kommt der Dividendus heraus, ſo iſt recht dividirt. Einige von den erſt angeführten Beiſpielen mögen zum Muſter dienen.

15	$1\frac{1}{15}$	pur gemacht. 15 und 3 mit 3 verkleinert giebt 5 und 1. 4 und 16 mit 4 verkleinert giebt 1 und 4.
5	1	$\frac{16}{15}$ Nenner hinübergeworfen.
1	$\frac{3}{4}$	
4	4	
5	4	4/5 der obige Dividendus, alſo recht dividirt worden.

Alſo auch

	16	
	$\frac{3}{4}$	verändert, 4 und 16 mit 4 verkleinert.
4	4	
1	4	
—	12	der obige Dividendus.

Alſo auch

	$\frac{72}{10625}$	
10625	$70\frac{5}{6}$	pur gemacht.
6	$\frac{425}{6}$	Nenner hinüber geworfen, 6 und 72 mit 6 verkleinert, dann mit 5 die übrigen.
1	12	
2125	85	
425	17	
425	204	$\frac{204}{425}$ oder mit 17 verkleinert $\frac{12}{25}$ der obige Dividendus.

b) über die Multiplication.

Man dividirt das Produkt mit dem Multiplicator oder Multiplicandus. Kommt das Erſtenmal der Multiplicandus zum Quotienten heraus, ſo iſt recht multiplicirt worden. Desgleichen, wenn das Zweitenmal der Multiplicator herauskömmt. Wieder einige von den erſt angeführten Beiſpielen zum Muſter!

$1\frac{1}{15}$ mit $\frac{3}{5}$ multiplicirt gab $\frac{4}{5}$.

Probe $\frac{3}{4}$ in $\frac{4}{5}$ dividirt.

$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	Nach hinübergeworfenen Nenner.
5	4	
15	16	$1\frac{1}{15}$ der Multiplicandus.

und $1\frac{1}{15}$ in $\frac{4}{5}$ dividirt.

$1\frac{1}{15}$	$\frac{4}{5}$	
16	15	pur gemacht,
15		Nenner hinübergeworfen, 4 und 16 verkleinert, 5 und 15 verkleinert.
5	3	
4		
giebt	3/4 den Multiplicator.	

Fünfter Unterricht

die

Grundrechnung in ungenannten Decimalzahlen (zehntheiligen Brüchen), oder die vier erſten Rechnungsarten in denſelben betreffend.

Vorerinnerung.

Nebſt den gemeinen Brüchen, welche man, wie die ganzen Zahlen, faſt bis ins Unendliche fort- und wieder auf ihren Stammbruch zurückführen kann, d. h. gleichartige Theile fort- und zurückzählen kann; z. B. $\frac{1}{2}$ bis auf $\frac{1000000}{2}$ und ſo $\frac{1000000}{2}$ bis auf $\frac{1}{2}$ ꝛc. giebt es noch andere, welche ein beſonderes Syſtem befolgen, wovon die üblichſten die Decimalzahlen (zehntheilige Brüche) in der gemeinen Rechenkunſt ſind; daher auch noch von dieſen in folgenden Abſchnitten.

I. Abſchnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 59.

Die Decimalzahlen (zehntheilige Brüche) gehen nicht von 1, einer Einheit, ſondern von 10, ganz dem Zehn-Zahlenſyſteme aus, und ſind ſtatt der gewöhnlichen ächten Brüche, welche wegen ihrer verſchiedenen Verwandlungen ſchwierig ſchienen, eingeführt worden. Nämlich bei dieſen wird eine ganze Zahl nach dem Zehnzahlenſyſteme ums 10, 100, 1000 ꝛc. fache vermindert, d. h. dieſe haben keine andere Nenner als 10, 100, 1000 ꝛc.

Wegen dieſes Urſprunges haben ſie auch von dem lateiniſchen Worte: Decima, ein Zehntel, oder Decem, Zehn, den Namen: Decimal-Zahlen, oder Decimal-Brüche erhalten.

Durch dieſe werden alſo nur die gemeinen Brüche auf eine einfachere Art immer nur in zehnfach kleinerer Bedeutung ausgedrückt, d. h. in Brüche nur mit Nennern von 10, 100, 1000 ꝛc. verwandelt.

Daß durch dieſe Verwandlung die Brüche auch nicht größer und kleiner werden können, iſt aus §. 43. N. III. N. 1. bekannt; denn z. B.

$\frac{1}{2}$ mit 5 multiplicirt giebt den Decimalbruch $\frac{5}{10}$, welcher ſo viel iſt als $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{5}$ = 2 = = = = $\frac{2}{10}$, = = = $\frac{1}{5}$.

$\frac{3}{4}$ = 25 = = = = $\frac{5}{100}$, = = = $\frac{3}{4}$.

$\frac{7}{8}$ = 125 = = = = $\frac{875}{1000}$, = = = $\frac{7}{8}$.

Eine Decimalzahl, oder ein Decimalbruch iſt alſo die Beſtimmung, wie vielmal Zehntheile (Zehntel) in ein= oder mehrfach kleinerer Bedeutung von einem Ganzen zuſammengefaßt werden. So bedeutet:

$\frac{5}{10}$ Fünfzehntheile, oder Fünfzehntel. $\frac{2}{10}$ Zweizehntheile, oder Zweizehntel.

$\frac{75}{100}$ fünf und ſiebenzig zehnmal zehn Theile, oder Hundertel.

$\frac{875}{1000}$ acht Hundert fünf und ſiebenzig zehnmal 100 Theile, oder Tauſendtel.

Demnach ein Ganzes getheilt in 10 Theile, giebt 10tel.
Ein jeder der 10 Theile wieder in 10 Theile getheilt, giebt 10mal Zehntel, oder Hundertel.
Dann jeder dieſer wieder in 10 Theile getheilt, giebt 10mal Hundertel, oder Tauſendel ꝛc.

§. 60.

Vom Anſchreiben und Ausſprechen der Decimalzahlen.

Die Decimalzahlen (Decimalbrüche) werden wie ganze Zahlen geſchrieben, ſind aber wie die gemeinen Brüche ausgedrückt zu verſtehen, und zwar

a) in der Bedeutung als Zehntel, wo ſie zum Zähler nur ein Zahlzeichen haben, und der Nenner 10 darunter verſtanden wird;

b) in der Bedeutung als Hundertel, wo ſie zum Zähler 2 Zahlzeichen haben, und der Nenner 100 darunter verſtanden wird;

c) in der Bedeutung als Tauſendtel, wo ſie zum Zähler 3 Zahlzeichen haben, und der Nenner 1000 darunter zu verſtehen iſt ꝛc.

Bei den Decimalbrüchen wird alſo immer ein Nenner mit eben ſo vielen 10, oder Nullen mit 1, als der Zähler Zahlzeichen hat, verſtanden; daher beſtimmt ſchon der Zähler den Nenner, welcher deswegen auch nicht ausgedrückt wird.

Um jedoch ganze Zahlen von den Decimalzahlen (Decimalbrüchen) leicht unterſcheiden zu können, bedient man ſich nur eines Comma (Beiſtrichs), welches man zwiſchen denſelben ſetzt; z. B.

12, 1 bedeutet $12\frac{1}{10}$.

12, 15 = $12\frac{15}{100}$.

12, 225 = $12\frac{225}{1000}$.

Hat man Decimalbrüche allein, ohne links vorſtehende ganze Zahlen auszudrücken, ſo wird dem Comma nur ein 0 vorgeſetzt, zum Zeichen, daß keine ganze Zahl da ſei.

z. B. 0, 5 bedeutet $\frac{5}{10}$.

0, 2 = $\frac{2}{10}$.

0, 75 = $\frac{75}{100}$.

0, 875 = $\frac{875}{1000}$.

Auf dieſe Art werden alſo die Decimalbrüche wie ganze Zahlen geſchrieben, wodurch ſie den Vortheil gewähren, daß ſie auch im Rechnen wie ganze Zahlen behandelt werden können.

Um jedoch beim Anſchreiben der Decimalbrüche nicht zu fehlen, hat man wohl zu bemerken: die ganzen Zahlen unterſcheiden ſich von den Decimalzahlen dadurch, daß, gleich wie erſtere von rechter zur linken Hand in einer fortlaufenden Linie angeſchrieben, nach einer zehnfach größeren Bedeutung ſtufenweis bis ins Unendliche ſteigen, alſo letztere von linker zur rechten Hand in einer zehnfach kleineren Bedeutung ſtufenweis bis ins Unendliche fallen, obſchon dadurch nicht der Bruchswerth, ſondern nur der Werth aufeinanderfolgender Decimalzahlen verringert wird; denn in je mehrere Decimalzahlen ein Bruch aufgelößt wird, deſto kleiner werden die Theile.

Demnach iſt bei Anſchreibung der Decimalzahlen dieſe Stufenfolge wohl inne zu behalten, daß von linker zur rechten Hand erſtens Zehntel, dann Hundertel, hierauf Tauſendtel, Zehntauſendtel, Hunderttauſendtel ꝛc. zu folgen haben, und wenn keine hievon gegeben ſind, deren leere Plätze, wie bei den ganzen Zahlen, durch Nullen ausgefüllt werden müſſen; z. B.

328, 4739 zeigt an, daß 328 Ganze, 4 Zehntel, 7 Hundertel, 3 Tauſendtel, 9 Zehntauſendtel gegeben ſind, wie alſo die ganze Zahl 328 bedeutet: 300, 20, 8, ſo bedeutet der Decimalbruch 4739 ſoviel als $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{3}{1000}$, und $\frac{9}{10000}$.

Ferner 127, 8076 bedeutet, daß 127 Ganze, 8 Zehntel, keine Hundertel, 7 Tauſendtel, 6 Zehntauſendtel gegeben ſind. Da 8 Zehntel ſoviel ſind als 80 Hundertel, alſo ſoviel als 800 Tauſendtheile, oder 8000 Zehntauſendtheile, weil jede folgende Klaſſe zehnmal weniger als die vorhergehende iſt; dann 7 Tauſendtheile ſoviel ſind als 70 Zehntauſendtheile, ſo beſteht alſo der Bruch aus 8000, 70 und 6 Zehntauſendtheilen, oder 8076, welcher eben ſo geleſen oder ausgeſprochen werden kann, indem man dem ganzen Bruche den Werth der letzten Stelle, wie bei der Ausſprache der gemeinen Brüche giebt, ſprechend: 8 Tauſend, ſechs und ſiebenzig 10 Tauſendtel.

Bei 43, 853 ſprich: 43 Ganze, 8 Zehntel, 5 Hundertel, 3 Tauſendtel, oder 43 Ganze, 8 Hundert, 53 Tauſendtel.

Bei 0, 43 ſprich: 43 Hundertel. Hier bedeutet 0 vor dem Comma, daß keine ganze Zahl da iſt.

Bei 0, 03 ſprich: 3 Hundertel. Hier bedeutet 0 vor dem Comma, daß keine ganze Zahl — und nach dem Comma, daß kein Zehntel gegeben worden iſt.

Bei 350,625 ſprich: 350 Ganze, 625 Tauſendtel, ſoviel als wäre geſchrieben 350 $\frac{625}{1000}$.

Gleich wie Nullen den ganzen Zahlen zur Linken vorangeſetzt, derſelben Bedeutung nicht verändern, ſo wird auch die Bedeutung der Decimalzahlen dadurch nicht verändert, wenn denſelben noch ſo viele Nullen zur Rechten angehängt werden, da der Nenner nur größer zu denken iſt, weswegen der Bruch ſich nur in kleinern Theilen ausdrückt; z. B. 003 bedeutet nicht mehr und nicht weniger als 3 Ganze, und 0,300 nicht mehr und nicht weniger als 3 Zehntel oder $\frac{300}{1000}$.

Wenn man in der Decimalrechnung manchmal ganze Zahlen ohne Decimalbrüche anzuſetzen bekommt, oder kleinere Decimalzahlen den anderen größern in der gegebenen 10fach weiter folgenden geringern Bedeutung mit anzuſetzen, oder unterzuſtellen ſind, ſo kann man ſo viele Nullen anhängen, als die größte Decimalzahl mehr Zahlzeichen hat, um bei der Operation nicht leicht irren zu können; z. B. man hat an= und unterzuſchreiben: 2224 ganze Zahlen, darunter 0,5 — 0,25 — 0,4 — 1,875, ſo macht man den Anſatz alſo:

$$\begin{array}{r} 2224,000 \\ 0,500 \\ 0,250 \\ 0,400 \\ 1,875 \end{array}$$

§. 61.

Von Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche.

Wir wiſſen aus §. 43. N. III. N. 1, daß, wenn Zähler und Nenner eines Bruchs mit einerlei Zahl multiplicirt, und ihre beiderſeitigen Produkte mit Bruchzeichen angeſchrieben werden, ein Bruch entſtehe, welcher weder größer noch kleiner, als der vorige ſei. Nach dieſer Grundregel kann man nun auch einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch aufs geſchwindeſte verwandeln, wenn gleich die Zahl zum Multiplicator einfällt, welche den Nenner eines Bruchs auf 10, 100, 1000 ꝛc. bringt; z. B.

$\frac{1}{2}$ mit 5 multiplicirt giebt $\frac{5}{10}$, oder den Decimalbruch 0,5.

$\frac{1}{5}$ mit 2 multiplicirt giebt $\frac{2}{10}$, oder den Decimalbruch 0, 2.

* Daher kann man $1\frac{1}{2}$ in Decimalzahlen mit 1, 5 ausdrücken.

$\frac{3}{4}$ mit 25 multiplicirt giebt $\frac{75}{100}$, oder den Decimalbruch 0, 75.

$\frac{8}{25}$ = 4 = = = = = = $\frac{32}{100}$, = = = = = = = 0, 32.

$\frac{51}{500}$ = 2 = = = = = = $\frac{102}{1000}$, = = = = = = = 0, 102 ꝛc.

Da man aber nicht oft gleich eine ſolche Zahl zum Multiplicator weis, ſo hat man für alle Fälle dieſe allgemeine Regel erfunden:

Dividire den Nenner in den Zähler; damit du aber hinein dividiren kannſt, ſo hänge dem Zähler nach und nach ein Null, und zwar ſolange an, bis derſelbe

a) entweder gerade aus dividirt, oder

b) offenbar nicht gerade aus dividirt werden kann. Der Quotient iſt der geſuchte Decimalbruch.

Beiſpiele ad a.

$\frac{1}{8}$ wird in einen Decimalbruch alſo verwandelt:

8|10|1, bleibt 2 übrig, demnach hänge noch ein 0 an:

8|10,0|12, bleiben 4 übrig, hänge demnach noch ein 0 an:

8|10,00|125, weil nun alles aufgeht, ſo iſt 125 der Decimalbruch, welcher alſo geſchrieben wird: 0, 125 ſoviel als $\frac{125}{1000}$ mit 5 verkleinert, $\frac{25}{200}$ weiter mit 5 verkleinert, $\frac{5}{40}$ endlich weiter mit 5 verkleinert $\frac{1}{8}$ iſt.

$\frac{15}{16}$ wird eben ſo durch die Diviſion in einen Decimalbruch verwandelt:

```
16|150|9375
   144
   ---
     60  nach weiter angehängten 0.
     48
    ---
    120  nach weiter angehängten 0.
    112
    ---
   --80  nach weiter angehängten 0.
     80
    ---
     --
```

Hier iſt alſo 9375 der geſuchte Decimalbruch, welcher alſo geſchrieben wird: 0,9375 ſoviel als $\frac{9375}{10000}$, mit 5 verkleinert $\frac{1875}{2000}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{75}{80}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{15}{16}$ iſt.

Bei $\frac{1}{16}$ dividire eben ſo zur Decimalverwandlung, aber da bei Anhängung des erſten Nulls noch nicht dividirt werden kann, ſo ſetze zum Quotienten ein 0, als einen Beweis, daß hier die Decimalzahlen nicht mit Zehntel, ſondern mit Hundertel anfangen können, nämlich:

```
16|10,0|0625
     96
    ---
    -40
     32
    ---
    -80
     80
    ---
     --
```

Hier iſt alſo 0625 der geſuchte Decimalbruch, welcher für ſich allein alſo ausgedrückt wird: 0,0625 ſoviel als $\frac{625}{10000}$, mit 5 verkleinert $\frac{125}{2000}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{25}{400}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{5}{80}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{1}{16}$ iſt.

Bei $\frac{1}{125}$ müſſen, um zur gleichen Verwandlung die Diviſion anſtellen zu können, gar 000 angehängt werden, daher zwei Nullen zum Quotienten kommen, als einen Beweis, daß hier die Decimalzahlen mit Tauſendteln anfangen, nämlich:

125 | 1000 | 008, oder in der Decimalform 0,008 ſoviel als $\frac{8}{1000}$, mit 8 verkleinert $\frac{1}{125}$ iſt.

Beiſpiele ad b.

$\frac{1}{3}$ wird in einen Decimalbruch alſo verwandelt:

3 | 10 | 3333 $\frac{1}{3}$
9
10 nach angehängten 0.
9
10 nach weiter angehängten 0.
9
10 nach weiter angehängten 0.
9
1. So könnte die Diviſion bis ins Unendliche fortgeſetzt werden, und es würde immer noch ein Reſt |1/3| bleiben, folglich $\frac{1}{3}$ ſich nie genau in einen Decimalbruch verwandeln laſſen; $\frac{1}{3}$ wäre alſo, wie 0,3 $\frac{1}{3}$ — 0,33 $\frac{1}{3}$ — 0,333 $\frac{1}{1}$ — 0,3333 $\frac{1}{3}$ u. ſ. w. Alſo $\frac{3\frac{1}{3}}{10}$, $\frac{33\frac{1}{3}}{100}$, $\frac{333\frac{1}{3}}{1000}$ u. ſ. w.

Je weiter dividirt wird, deſto näher wird der Bruch angegeben, denn 0,3 $\frac{1}{3}$ iſt der Reſt $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{10}$ — 0,33 $\frac{1}{3}$ iſt der Reſt $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{100}$ u. ſ. w., jedoch man dividirt gewöhnlich nicht mehr als 4 — höchſtens 5 mal, und läßt den letzten unbedeutenden Reſt alsdann ſchwinden, wenn es nicht auf zu große Genauigkeit eines Nachtheils wegen ankömmt. Das Schwinden des Reſtes drückt man gern dadurch aus, daß man an die letzte Decimalzahl einige Punkte fortlaufend führt, anzuzeigen, daß weitere Decimalzahlen, wenn es Genauigkeit fordern ſollte, noch gefunden werden können, als: 0,3333 . . .

Bei $\frac{2}{3}$ $3|20000|6666\frac{2}{3}$ ſchreibe nun: 0,6666 . . .

Bei $\frac{7}{15}$ $15|70000|4666\frac{10}{15}$ ſchreibe nun: 0,4666 . . .

Bei $\frac{1}{15}$ $15|10000|0666\frac{10}{15}$ ſchreibe nun: 0,0666 . . . .

Bei $\frac{1}{136}$ $136|10000|0073\frac{72}{136}$ ſchreibe nun: 0,0073 . . . . .

Wenn der letzte Reſt, wie hier größer, als die Hälfte des Diviſors iſt, ſo addirt man größerer Genauigkeit wegen zu der erſten Decimalzahl Rechts 1; alſo wird erſt gefundener Decimalbruch dadurch genauer genommen, daß man ſetzet: 0,0074 .... ſoviel als $\frac{72}{10000}$. Iſt er aber, wie in obigen Beiſpielen, kleiner, als die Hälfte des Diviſors, ſo wird er als unbedeutend weggelaſſen.

Nach den Beiſpielen sub a und b kann derjenige, welcher lieber in Decimal- als gemeinen Brüchen rechnen will, ſich zu ſeiner Erleichterung eine Tabelle von Decimalzahlen für alle Stammbrüche von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{100}$ und weiter entworfen, um ſich derſelben in vorkommenden Fällen des geſchwindern Verfahrens wegen bedienen zu können.

§. 62.

Von Eintheilung der Decimalbrüche in vollendete oder endliche, und unvollendete, unendliche.

Solche Decimalbrüche, welche vom gerade aus dividiren herkommen, wie die Beiſpiele ad a im vorrigen § zeigen, heißt man vollendete oder endliche, weil ſie durchs Verkleinern auf die gemeinen Brüche wieder zurückgebracht, d. h. denſelben gleich gemacht werden können. Die denſelben zur Rechten oft beigefügt werdenden Nullen ſind ohne alle Bedeutung; denn z. B. 1,25 iſt nicht mehr und weniger als 1,250 oder 1,2500, weil dieſe Nullen nur deswegen beigeſetzt werden, um bei Zuſammenſtellung mehrerer Decimalbrüche gleichviele Decimalzahlen zu erhalten.

Jene Decimalbrüche aber, welche nicht vom gerade aus dividiren herkommen, wie die Beiſpiele ad. b im vorigen §. beweißen, heißt man unvollendete, unendliche, weil ſie ſich durchs Verkleinern den gemeinen Brüchen wegen Weggelaſſen gleichwohl unbedeutenden Reſtes nie ganz gleich machen laſſen.

Daher, wenn man es recht genau zu nehmen hat, und nicht einen vollendeten Decimalbruch bekommt, ſo iſt es beſſer, man bleibt bei dem gemeinen Bruche, um nichts zu verliehren. Der gemeine Bruch läßt ſich in ſeinen endlichen kleinſten Werth durch eine Proportionsrechnung, welche noch gelehrt werden wird, leichter auflöſen, daß wenigſtens nur das verlohren wird, deſſen geringſter Verluſt gar nicht zu vergüten iſt.

Übrigens hat man mit dem Rechnen in Decimalzahlen, dieſe mögen endliche oder unendliche ſeyn, auch keinen anderen Vortheil, als dieſen, daß man ſie, ſtatt der gemeinen Brüche, wie die ganzen Zahlen addiren, ſubtrahiren, multipliciren und dividiren kann. Da aber, wenigens das Multipliciren und Dividiren in gemeinen Brüchen, wie Abſchnitt III. §. 53 und Abſchnitt IV. §. 56 durch ein beſonderes Verfahren lehrt, ungleich leichter iſt, ſo mögen viele lieber und ſicherer bei den gemeinen Brüchen bleiben, als ihre Zuflucht zu den Decimalzahlen nehmen. Nur bei dem eingeführten 10theiligen Maaße, wie im dritten Hefte gelehrt werden wird, ſind ſie vorzüglich gut bei uns zu gebrauchen. Daher ſoll für Liebhaber der Decimalzahlen beſonders lehren

II. Abſchnitt

die Grundrechnung in ungenannten Decimalzahlen (zehntheiligen Brüchen), oder die vier erſten Rechnungsarten in denſelben.

§. 63.

I. Vom Addiren der Decimalzahlen.

Die Decimalzahlen werden addirt, wie die ganzen Zahlen, nur muß das Comma dazwiſchen richtig bemerkt werden; auch iſt zum Anſatze nichts weiter zu bemerken, als daß Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, Tauſendtel unter Tauſendtel immer richtig geſetzt werden; z. B.

Es ſind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ zu addiren. Wenn man dieſe in ihre Decimalzahlen verwandelt, ſo iſt der Anſatz und die Addition alſo:

Statt $\frac{1}{2}$ ſetze man: 0, 5 oder 0, 50

$\frac{1}{4}$ = = = 0, 25 = 0, 25

$\frac{2}{5}$ = = = 0, 4 = 0, 40

$1\frac{3}{30}$ 1, 15 1, 15 d. h. $1\frac{15}{100}$ oder mit 5 verkleinert $1\frac{3}{20}$.

* Hieraus ſieht man wieder, daß vollendete oder endliche Decimalbrüche den gemeinen Brüchen ganz gleich ſind.

Statt $24\frac{4}{5}$ kann man ſetzen: 24, 8 oder 24, 800

$-\frac{1}{20}$ = = = = = 0, 05 = — 050

$11\frac{7}{8}$ = = = = = 11, 875 = 11, 875

$36\frac{29}{40}$ 36, 725 36, 725 d. h. $36\frac{725}{1000}$, oder mit 5 verkleinert $\frac{145}{200}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{29}{40}$.

§. 64.

II. Vom Subtrahiren der Decimalzahlen.

Die Decimalzahlen werden auch ſubtrahirt, wie die ganzen Zahlen, wenn das Comma dazwiſchen richtig gemacht iſt, und Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, Tauſendtel unter Tauſendtel ꝛc. ordentlich ſtehen.

Wenn hie und da im Minuendus oder Subtrahendus Zehntel oder Hundertel, Tauſendtel ꝛc. fehlen, ſo müſſen deren leeren Plätze, um bei der Subtraction nicht leicht fehlen zu können, durch Nullen ausgefüllt werden; z. B. man hat von $\frac{1}{5}$ abzuziehen $\frac{1}{8}$, welche in Decimalzahlen verwandelt alſo ſubtrahirt werden:

Statt $\frac{1}{5}$ ſetze man: 0,2 oder 0,200

$\frac{1}{8}$ = = = 0,125 = 0,125

$\frac{3}{40}$ 0,75 0,75 d. i. $\frac{75}{1000}$, oder mit 5 verkleinert $\frac{15}{200}$ weiter mit 5 verkleinert $\frac{3}{40}$.

Ferner man hat von $634\frac{1}{2}$ abzuziehen $299\frac{7}{8}$.

Statt $634\frac{1}{2}$ ſetze man: 634,5 oder 634,500

$299\frac{7}{8}$ = = = 299,875 = 299,875

$334\frac{5}{8}$ 334,625 334,625 d. i. $334\frac{625}{1000}$, oder mit 5 verkleinert $\frac{125}{200}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{25}{40}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{5}{8}$ alſo $334\frac{5}{8}$.

Hat man $129\frac{11}{60}$ von $327\frac{4}{15}$ abzuziehen, ſo kann man

ſtatt $327\frac{4}{14}$ ſetzen: 327,2666 ....

$129\frac{11}{60}$ = = 129,1833 ....

$198\frac{5}{60}$ od. $\frac{1}{12}$ 198,0833 d. i. $198\frac{833}{10000}$ nicht weiter verkleinbar.

* Hieraus ſieht man offenbar, daß unvollendete oder unendliche Decimalbrüche den gemeinen Brüchen nicht gleich ausfallen.

Hat man 598 $\frac{2}{8}$ von 654 abzuziehen, ſo kann man

ſtatt 654 ſetzen 654,000

598 $\frac{2}{8}$ = 598,250

55 $\frac{3}{4}$ 55,750 d. i. 55 $\frac{750}{1000}$, oder nach beiderſeits gleichviel geſtrichenen Nullen mit 5 verkleinert 55 $\frac{15}{20}$, weiter mit 5 verkleinert 55 $\frac{3}{4}$.

Anmerkung. Wenn ein unendlicher Decimalbruch von einem endlichen oder vollendeten zu ſubtrahiren iſt, ſo werden letzterem ſo viele Nullen angehängt, als erſterer mehr Zahlzeichen hat, oder, um genauer zu rechnen, ſetzt man ſtatt Nullen lauter Nenner, und vermindert die letzte Zahl des endlichen Decimalbruchs zur Rechten um 1, wodurch beide gleichartig d. h. zu unvollendeten Decimalbrüchen gemacht worden ſind; z. B. man hat 26 $\frac{9}{11}$ von 30 $\frac{3}{4}$ abzuziehen, ſo kann man

ſtatt 30 $\frac{3}{4}$ ſetzen 30,7500 oder 30,7499

26 $\frac{9}{11}$ = 26,8181.... = 26,8181

3 $\frac{41}{44}$ 3,9319 3,9318 d. i. 3 $\frac{9318}{10000}$, oder mit 2 verkleinert 3 $\frac{4659}{5000}$.*

* Man ſieht wieder hieraus, daß unvollendete oder unendliche Decimalbrüche den gemeinen Brüchen nicht gleich ausfallen.

§. 65.

III. Vom Multipliciren der Decimalzahlen.

Die Decimalzahlen werden eben ſo, wie die ganzen Zahlen, multiplicirt; nicht einmal auf das Comma iſt zu merken; nur nach vollendeter Operation ſind in dem Produkte von rechter zur linken Hand ſo viele Zahlzeichen durch ein Comma zu Decimalzahlen abzuſchneiden, als in beiden Faktoren zuſammen Decimalzahlen ſind. Daher brauchen auch weder dem Multiplicator noch Multiplicandus Nullen zum Ausfüllen oder ſichern Multi-

pliciren beigeſetzt zu werden; erſtbeſagte richtige Abſchneidung läßt ſchon nicht fehlen; z. B. man hat $2\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren, welche in Decimalzahlen verwandelt alſo multiplicirt werden:

Statt $2\frac{1}{2}$ ſetze man: 2,5

$\frac{1}{4}$ = = = 0,25

$\frac{5}{8}$ 125
        50

0,625 d. i. $\frac{625}{1000}$ mit 5 verkleinert $\frac{125}{200}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{25}{40}$, weiter mit 5 verkleinert $\frac{5}{8}$.

Wenn man $\frac{7}{8}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren hat, ſo kann man

ſtatt $\frac{7}{8}$ ſetzen: 0,875

$\frac{3}{4}$ = = 0,75

$\frac{21}{32}$ 4375
        6125

0,65625 d. i. $\frac{65625}{100000}$ mit 5 verkleinert nach und nach 5 mal $\frac{31}{32}$.

Wenn man $\frac{1}{20}$ mit $\frac{2}{5}$ zu multipliciren hat, ſo kann man

ſtatt $\frac{1}{20}$ ſetzen: 0,05

$\frac{2}{5}$ = = = 0,4

$\frac{2}{100}$ od. $\frac{1}{50}$ 0,020 d. i. $\frac{20}{1000}$ oder $\frac{2}{100}$ oder $\frac{1}{50}$. Hier mußte dem Produkte 20 zur Linken ein Null vorgeſetzt werden, um 3 Decimalzahlen anzuzeigen, weil die beiden Faktoren 3 Decimalzahlen anzeigen.

Wenn man $24\frac{1}{4}$ mit $8\frac{1}{8}$ zu multipliciren hat, ſo kann man

ſtatt $24\frac{1}{4}$ ſetzen: 24,25 oder 2425

$8\frac{1}{8}$ „ „ 8,125 8125

$$\begin{array}{r} 24\frac{1}{4} \\ 8\frac{1}{8} \\ \hline 197\frac{1}{32} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2425 \\ 8125 \\ \hline 12125 \\ 4850 \\ 2425 \\ 19400 \\ \hline 197{,}03125 \end{array}$$

d. i. $197\frac{3125}{100000}$, oder mit 5 nach und nach verkleinert $197\frac{1}{32}$.

Wenn man $3\frac{1}{12}$ mit 18 zu multipliciren hat, ſo kann man

ſtatt $3\frac{1}{12}$ ſetzen: 3,0833 ...

$$\begin{array}{r} 3\frac{1}{12} \\ 18 \\ \hline 55\frac{1}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}0833 \\ 18 \\ \hline 246664 \\ 30833 \\ \hline 55{,}4994 \end{array}$$

d. i. $55\frac{4994}{10000}$ mit 2 verkleinert $55\frac{2497}{5000}$, ſo für $55\frac{1}{2}$ wohl anzunehmen iſt.

§. 66.

VI. Vom Dividiren der Decimalzahlen.

Auch die Decimalzahlen werden eben ſo, wie die ganzen Zahlen dividirt, ohne auf das Comma zu merken; aber nach vollendeter Operation ſind in dem Quotienten von rechter zur linken Hand ſo viele Zahlzeichen durch ein Comma zu Decimalzahlen abzuſchneiden, als der Dividendus gegen den Diviſor mehrere Decimalzahlen hat, und wenn der Dividendus weniger hat, auch nicht gerade aus dividirt werden kann, ſo muß er durch Beiſetzung der Nullen zur Diviſion vermehrt werden, welche als weitere Decimalzahlen zu nehmen ſind.

Aus dieſer allgemeinen Regel fließen folgende ſpezielle:

1) Beſteht der Diviſor aus ganzen Zahlen, und der Dividendus aus einem gemiſchten Bruche, ſo muß man in dem Quotienten ſo viele Decimalzahleu abſchneiden, als deren in dividendo mit oder ohne nöthige Zuſetzung der Nullen ſind; z. B. $17\frac{13}{20}$ ſoll mit 5 dividirt werden:

ſtatt $5 \mid 17\frac{13}{20} \mid 3\frac{53}{100}$ ſetze man $5 \mid 1765 \mid 3,53$ d. i. $3\frac{53}{100}$.

Wenn 424 in $4886\frac{1}{8}$ dividirt werden ſoll, ſo kann man

ſtatt $424 \mid 4886\frac{1}{8} \mid 11\frac{1777}{3392}$ ſetzen: $424 \mid 488{,}6{,}1{,}2{,}5 \mid 11{,}5238$ d. i. $11\frac{5238}{10000}$, oder mit 2 verkleinert $11\frac{2619}{5000}$.

```
424|4 8 8,6,1,2,5|11,5238
    4 2 4
    - 6 4 6
      4 2 4
    - 2 2 2 1
      2 1 2 0
    - 1 0 1 2
        8 4 8
      - 1 6 4 5
        1 2 7 2
        - 3 7 3 0
          3 3 9 2
        - 3 3 8
```

Reſt, welcher als geringfügig weggelaſſen werden kann. Da hier wegen Zufügung eines Nulls bei der Diviſion vier Decimalzahlen zu rechnen ſind, ſo müſſen im Quotienten vier dergleichen abgeſchnitten werden.

2) Beſteht der Dividendus aus pur ganzen Zahlen, und der Diviſor aus einem puren Bruche, ſo giebt man dem Dividendus bei der Diviſion gewöhnlich ſo viele Nullen, als der Diviſor Decimalzahlen hat, weswegen pure Ganze zum Quotienten herauskommen; z. B.

6484 iſt mit $\frac{1}{4}$ zu dividiren:

Statt $\frac{1}{4}$ | 6484 | 25936 ſetze man 0,25 | 6 4,8,4, | 25936

```
            0,25 | 6 4,8,4, | 25936
                   5 0
                   -----
                   1 4 8
                   1 2 5
                   -----
                     2 3 4
                     2 2 5
                     -----
                     - - 9 0
                         7 5
                       -----
                       1 5 0
                       1 5 0
                       -----
                       - - -
```

Der Quotient beſteht hier aus lauter Ganzen, weil, da ich zwei Decimalzahlen in Diviſor habe, und eben ſo viel in dividendo wegen beigeſetzten zwei Nullen bei der Diviſion zählen müſſe, die Diviſion damit gerade aufgegangen iſt. Es iſt auch natürlich, denn $\frac{25}{100}$ iſt $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{4}$ iſt in 6484 gerade 25936mal enthalten.

Wenn ich 2 mit $\frac{2}{3}$ zu dividiren habe, ſo kann

ſtatt $\frac{2}{3}$ | 2 | $\frac{6}{2}$ oder 3 Ganze geſetzt werden

```
0,6666 ... | 20000 | 3 Ganze
             1999 8
             ------
                  2 Reſt,
```

welcher als geringfügig nicht zu rechnen iſt.

3) Beſteht der Diviſor aus einer ganzen Zahl, und der Dividendus aus einem puren Bruche, ſo können keine ganzen Zahlen zum Quotienten herauskommen; weswegen Anfangs bei der Diviſion ein 0 als Quotient mit Comma anzuſchreiben iſt, zum Zeichen, daß pure Decimalzahlen anfangen;

z. B. $\frac{3}{4}$ iſt mit 5 zu dividiren. Hier kann man

ſtatt 5 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{20}$ ſetzen: 5 | 0,75 | 0,15 d. i. $\frac{15}{100}$, oder mit 5 verkleinert $\frac{3}{20}$.

Wenn $\frac{19}{20}$ mit 7 zu dividiren iſt, ſo kann man

ſtatt 7 | $\frac{19}{20}$ | $\frac{19}{140}$ ſetzen: 7 | 0,9,5, | 0,135 d. i. $\frac{135}{1000}$ mit 5 verkleinert $\frac{27}{200}$.

```
 7
 25
 21
 -40
 35
 -5
```

Reſt, welcher als geringfügig ganz wegzulaſſen iſt.

Man hat $\frac{1}{4}$ mit 7 zu dividiren:

Statt 7 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{28}$ ſetze man: 7 | 0,25 | 0,035 d. i. $\frac{035}{1000}$, oder mit 5 verkleinert $\frac{7}{200}$.

```
 21
 -40
 35
 -5
```

Hier mußte nach abgeſchnittenen Null noch ein Null in den Quotienten kommen, weil 7 in 2 nach der Diviſionsregel nicht gegangen iſt.

4) Sind pure Brüche mit einander zu dividiren, und der Diviſor iſt am Werthe kleiner, als der Dividendus, ſo müſſen Ganze herauskommen, und die eigentlichen Decimalzahlen fangen erſt an, wenn Reſte mit Beifügung der Nullen fort zu dividiren ſind; z. B.

$\frac{6}{8}$ mit $\frac{1}{8}$ wird alſo dividirt, nämlich

ſtatt $\frac{1}{8}$ | $\frac{6}{8}$ | $\frac{48}{8}$ oder 6 Ganze wird geſetzt: 0,125 | 0,750 | 6 Ganze.

Wenn ich $\frac{5}{9}$ in $\frac{8}{9}$ zu dividiren habe, ſo kann ich

ſtatt $\frac{5}{9}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{72}{45}$ oder $1\frac{27}{47}$ ſetzen: 0,5555.. | 8888 ... | 1,6 d. i. $1\frac{6}{10}$ oder mit 2 verkleinert $1\frac{3}{5}$.

```
 5555
 33330
 33330
```

weil hier die Diviſion nicht aufgieng, ſo wurde zum Fortdividiren ein Null beigefuͤgt, und dadurch eine Decimalzahl gewonnen. Wuͤrde der Diviſor das Zweitemal nicht aufgegangen ſeyn, ſo haͤtte noch ein Null beigefuͤgt werden muͤſſen, wodurch noch eine Decimalzahl mehr waͤre gewonnen worden.

5) Beſteht der Diviſor und Dividendus aus gemiſchten Bruͤchen, welche eine gleiche Anzahl Decimal-Zahlen mit oder ohne noͤthige Zuſetzung der Nullen in Dividendo geben, ſo kommen zum Quotienten, wenn gerade aus dividirt werden kann, lauter Ganze heraus; wenn aber ein Reſt bleibt, ſo wird mit Beifuͤgung der Nullen fortdividirt, wo alsdann erſt die eigentlichen Decimalzahlen anfangen; z. B.

ich habe $56\frac{1}{2}$ mit $28\frac{1}{4}$ zu dividiren, ſo kann ich

ſtatt $28\frac{1}{3} \mid 56\frac{1}{2} \mid 2$ Ganze ſetzen: $28{,}25 \mid 56{,}50 \mid 2$ Ganze.

$$\begin{array}{r} 56\,50 \\ \hline \text{- - - -} \end{array}$$

Erklaͤrung: 1/4 in Decimalbruch verwandelt giebt 25, und 1/2 in Decimalbruch verwandelt giebt 5; um aber gleiche Anzahl Decimalzahlen in Diviſor und Dividendus zu haben, ſo ſetzt man ein Null zu 5 in Dividendus, und weil dadurch gerade aus dividirt wird, ſo hat man lauter Ganze.

Wenn ich $36\frac{1}{4}$ mit $28\frac{3}{4}$ zu dividiren habe, ſo kann ich

ſtatt $28\frac{3}{4} \mid 36\frac{1}{4} \mid 1\frac{6}{23}$ ſetzen: $28{,}75 \mid 36{,}25 \mid 1{,}2608$ d. i. $1\frac{2608}{10000}$, oder mit 2 nach und nach verkleinert $1\frac{163}{625}$.

$$\begin{array}{r} 28{,}75 \\ \hline 7500 \\ 5750 \\ \hline 17500 \\ 17250 \\ \hline 25000 \\ 23000 \\ \hline 2000 \end{array}$$

2000 Reſt, welcher als geringfuͤgig wegzulaſſen iſt.

Da hier eine gleiche Anzahl der Decimalzahlen im Diviſor und Dividendus war, aber wegen gebliebenem Reſte beim Fortdividiren vier Nullen beizuſetzen waren, ſo erhielt der Quotient vier Decimalzahlen; er hätte noch mehrere bekommen, wenn mit Beiſetzung mehrerer Nullen weiter wäre fortdividirt worden. Vier Decimalzahlen waren aber ſchon genug.

Wenn ich $240\frac{5}{6}$ mit $52\frac{4}{9}$ zu dividiren habe, ſo kann ich

ſtatt $52\frac{4}{9} \mid 240\frac{5}{6} \mid 4\frac{1677}{2832}$ ſetzen: 52,444 ... | 240,833 .. | 4,592 d. i. $4\frac{592}{1000}$ oder mit 8 verkleinert $4\frac{74}{125}$.

```
209776.
-310570.
 262220.
  483500
  471996.
   115040
   104888.
   -10152
```

Reſt, welcher als geringfügig wegzulaſſen iſt; denn da ich bei weiterem Dividiren nur 1 zur vierten Decimalzahl erhalten würde, ſo ſind die bereits gefundenen drei Decimalzahlen hinreichend.

6) Beſteht der Diviſor aus einem gemiſchten Bruche, und der Dividendus aus einer puren ganzen Zahl, ſo müſſen vor der Diviſion dem Dividendus ſo viele Nullen beigeſetzt werden, als der Diviſor Decimalzahlen hat, und dann wird erſt auf bisherige Art dividirt; z. B.

Wenn ich 138 mit $26\frac{5}{8}$ zu dividiren habe, ſo kann ich

ſtatt $26\frac{5}{8}$ | 138 | $5\frac{39}{213}$ oder mit 3 verkleinert $5\frac{13}{71}$ ſetzen: 26,625 | 138,000 | 5,183 oder $\frac{183}{1000}$.

```
                133125
                --48750
                  26625
                 221250
                 213000
                --82500
                  79875
                  -2625
```

-2625 Reſt, welcher als geringfügig wegzulaſſen iſt.

7) Beſteht der Diviſor aus einem puren und der Dividendus aus einem gemiſchten Bruche, ſo darf man nur vor der Diviſion darauf ſehen, ob der Dividendus nicht wenigere Decimalzahlen als der Diviſor hat, und in dieſem Falle durch Beiſetzung nöthiger Nullen Gleichheit machen, dann nach bisheriger Art dividiren; z. B.

man hat $15\frac{1}{25}$ mit $\frac{2}{5}$ zu dividiren, ſo kann man

ſtatt $\frac{2}{5}$ | $15\frac{1}{25}$ | $37\frac{3}{5}$ ſetzen: 0,4 | 15,04 | 37,6 d. i. $37\frac{6}{10}$ oder mit 2 verkleinert $37\frac{3}{5}$.

Weil hier der Dividendus eine Decimalzahl mehr, als der Diviſor hat, ſo wird im Quotienten eine Decimalzahl abgeſchnitten.

Man hat $14\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{25}$ zu dividiren, ſo kann

ſtatt $\frac{3}{25}$ | $14\frac{2}{5}$ | 120 Ganze angeſetzt werden: 0,12 | 14,40 | 120 Ganze.

Erklärung: 3/25 in Decimalbruch verwandelt giebt 0,12 und 2/5 giebt 0,4, weil ſo der Diviſor zwei und der Dividendus nur eine Decimalzahl gehabt hätte, ſo mußte 4 mit ein Null auch zu zwei Decimalzahlen vermehrt werden, und da hier bei beiderſeits gleicher Anzahl von Decimalzahlen gerade aus dividirt wurde, ſo mußten pure ganze Zahlen zum Quotienten herauskommen.

Beſchluß des Fundamental-Unterrichts

in

ungenannten ganzen und gebrochenen Zahlen (Brüchen), nebſt Decimalzahlen.

§. 67.

Aus den bisher möglichſt vollſtändig gegebenen fünf Unterrichten wird jeder die Überzeugung gewonnen haben, daß der Grundſtein alles Rechnens auf eine geläufige Kenntniß von den vier erſten Rechnungsarten in ungenannten ganzen Zahlen beruhe. Dieſe demnach ſich richtig zu verſchaffen, muß jedem, welcher ein Rechnungskundiger werden will, das erſte und Hauptſtudium ſeyn. Daher muß er, nebſt der Rechentafel (dem ſogenannten Einmal Eins), alle die Regeln über die vier erſten Rechnungsarten mit den zehn Verkleinerungsregeln, wie man ſagt, gleich einfallend wiſſen. Dieſes verſchafft aber nur ein anfängliches einige Zeit täglich fortgeſetztes Üben in denſelben, und zwar

I. durch Beiſpiele, worin alle die Regeln der vier erſten Rechnungsarten angewandt ſind, als:

a) Additions-Beiſpiele mit und.

2	500	,
34	7,500	3,700,442
4	610	100,061
138	3,000	100,923
178	11,610	3,901,426
000 Probe.	0,000 Probe.	0,000,000 Probe.

b) Subtractions=Beiſpiele mit von.

411,902,430,179	3,011,250,210	1,380,000
303,471,500,173	1,056,739,408	1,294,904
108,430,930,006	1,954,510,802	- - 85,096
411,902,430,179 Probe.	3,011,250,210 Probe.	1,380,000 Probe.

c) Multiplications=Beiſpiele mit mal.

1) Mit einer einfachen Zahl als Multiplicator.

	11314	42300
2321	5	9
3	56570	380,700
6963	1 2	22
3 | 6,9,6,3 | 2321 Probe.	5 | 5,6,5,7,0 | 11314 Probe.	9 | 38,0700 | 42300 Probe.

2) Mit einer mehrfachen Zahl als Multiplicator.

43	Probe 32 | 137,6, | 43	234	Probe 234 | 547,5,6, | 234
32	128	234	468
86	- - 96	936	- 795
129	96	702	792
1376	- -	468	- 936
		54,756	936
			- - -

312	Probe 312 | 4056 | 13	45026	Probe 568 | 2557,4,7,6,8 | 45026
13	312	568	2272
936	- 936	360208	- 2854
312	936	270156	2840
4056	- - -	225130	- - 1476
		25574768	1136
			3408
			3408
			- - - -

```
 205040          Probe 20504(0|1 0 9 0 8 1,2,8,(0|532
    532                        1 0 2 5 2 0
 410080                          - - 6 5 6 1 2
 61512                               6 1 5 1 2
102520                               - 4 1 0 0 8
109081280                              4 1 0 0 8
                                       - - - - -
```

```
 20046   Probe 10305|20657,4,0,3,0|20046
 10305              20610
100230              - - - 4 7 4 0 3
 60138                    4 1 2 2 0
20046                     - 6 1 8 3 0
206574030                   6 1 8 3 0
                            - - - - -
```

```
   23000      Probe 23(000|185,3,8,00(000|80600
 806---00                  184
13800000                   - - 1 3 8
 184                           1 3 8
1853800000                     - - -
```

```
 2367    Probe 2367|1 6 6 6 3,6,8|704
  704                1 6 5 6 9
 9468                - - - 9 4 6 8
16569                      8 4 5 8
1666368                    - - - -
```

```
34567 mit 10   multiplicirt giebt 345670
  =    =  100       =        =    3456700
  =    =  1000      =        =    34567000.
```

d) Diviſions-Beiſpiele mit in.

1) Mit einer einfachen Zahl als Diviſor.

```
2|8|4.     Probe  4            2|9|4 1/2.     Probe  4
                  2                                  2
                  -                                  -
                  8                                  8
                                                     1  hiezu vom Bruche
                                                     -
                                                     9
```

```
2|4,6,8,2|2341.   Probe 2341        1 2               Probe 2527
                           2     3|7,5,8,1,|2527.              3
                        ----                                ----
                        4682                                7581
```

4 | 4,4,5,9 | 1114 $\frac{3}{4}$ (carry: 1)

Probe 1114
4
4456
3 hiezu vom Bruche.
4459

5 | 16,3,2, | 544 (carries: 1 1)

Probe 544
3
1632

2 | 19,4,3 | 971 $\frac{1}{2}$ (carry: 1)

Probe 971
2
1942
1 hiezu vom Bruche.
1943

6 | 6,18, | 103

Probe 103
6
618

6 | 8,4,7,2 | 1412 (carries: 2 1)

Probe 1412
6
8472

3 | 4,5,2 | 150 $\frac{2}{3}$ (carry: 1)

Probe 150
3
450
2 hiezu
452

7 | 8,0,5 | 115 (carries: 1 3)

Probe 115
7
805

6 | 36,30,41,4,54, | 60506909 (carry: 5)

Probe 60506909
6
363041454

2 | 4,0,6,008,000 | 203004000

Probe 203004000
2
406008000

9 | 54,0,81, | 6009

Probe 6009
9
54081

7 | 8,0,0,90 | 11441 $\frac{3}{7}$ (carries: 1 3 2 1)

Probe 11441
7
80587
3 hiezu
80090

```
8|8,40|105      Probe 105
                        8
                      ---
                      840

5|5,25,40,|10508      Probe 10508
                              5
                          -----
                          52540
```

2) Diviſions-Beiſpiele, wo Diviſor und Dividendus mehrfache Zahlen ſind.

```
32|64|2      Probe 32
   64                2
   --               --
   --               64

214|650|3 8/214      Probe 214
    642                    3
    ---                  ---
    --8                  642
                           8  hiezu vom Bruche
                         ---
                         650

23|57,5,|25      Probe 25
   46                  23
   ---                 --
   115                 75
   115                50
   ---                ---
   ---                575

75|688,2,|93      Probe 93
   666                  74
   ---                 ---
   -222                372
    222               651
    ---               ----
    ---               6882

25|5 5,0,0,5|2200 5/25      Probe 2200
   5 0                            25
   ---                         -----
   - 5 0                       11000
     5 0                       44
     ---                       -----
     - 0 5                     55000
                                   5  hiezu
                               -----
                               55005

58|5 9,7,4,|103      Probe 103
   5 8                     58
   ---                    ---
   - 1 7 4                824
     1 7 4               515
     -----               ----
     - - -               5974

433|4 3 4,4,2,8,9,|10033      Probe 10033
    4 3 3                             433
    -----                           -----
    - - 1 4 2 8                     30099
        1 2 9 9                   30099
        -------                  40132
        - 1 2 9 9                -------
          1 2 9 9                4344289
          -------
          - - - -

24|4 9,0,1,0,4|20421      Probe 20421
   4 8                              24
   -----                         -----
   - 1 0 1                       81684
     9 6                        40842
     -----                      ------
     - - 5 0                    490104
         4 8
         ---
         - 2 4
           2 4
           ---
           - -
```

```
371 | 3 7 4,2,3,0 | 1000 262/371        Probe 1608
      3 7 1                                   371
      - - 3 2 3 0                            1008
          2 9 6 8                           7056
          - 2 6 2                          3024
                                           373968
                                              262 hiezu
                                           374230
```

```
251 | 5 0 5,5,1 | 201 100/251           Probe 201
      5 0 2                                   251
      - - 3 5 1                               201
          2 5 1                              1005
          1 0 0                              402
                                            50451
                                              100 hiezu
                                            50551
```

```
42 | 8 4,4,1,2, | 2009 34/42            Probe 2009
     8 4                                        42
     - - 4 1 2                                4018
         3 7 8                               8036
         - 3 4                               84378
                                                34 hiezu
                                             84412
```

```
322 | 3 1 2 3,4, | 97                    Probe 322
      2 8 9 8                                  97
      - 2 2 5 4                              2254
        1 2 5 4                             2898
        - - - -                             31234
```

```
24 | 4 8,0 0,8,2,4 | 200034 8/24         Probe 200034
     4 8                                         24
     - -     8 2                             800136
             7 2                            400068
           1 0 4                            4800816
             9 6                                  8 hiezu
             - 8                            4800824
```

```
12 | 1 1 2,8, | 94                        Probe 94
     1 0 8                                       12
     - - 4 8                                    188
         4 8                                    94
         - -                                   1128
```

```
4(000 | 84(131 | 21 131/4000              Probe 21
                                               4000
                                              84000
                                                131 hiezu vom Bruche
                                              84131
```

18|95,6,5,2|5314
90
- 56
54
- 25
18
- 72
72
- -

Probe 5314
18
42512
5314
95652

4204|33632|8
33632
- - - - -

Probe 4204
8
33632

64|576|9
576
- - -

Probe 64
9
576

68|455,7,4,4,|6702 $\frac{8}{68}$
408
- 477
476
- - 144
136
- - 8

Probe 6702
68
53616
40212
455736
8 hiezu
455744

192|685,4,7|357 $\frac{3}{192}$
576
1094
960
1347
1344
- - - 3

Probe 357
192
714
3213
357
68544
3 hiezu
68547

3(00|63(00|21

Probe 21
300
6300

2(00|6(40|3 $\frac{40}{200}$

Probe 3
200
600
40 hiezu
640

1
6(0|49(4|8 $\frac{14}{60}$

Probe 8
60
480
14 hiezu
494

405 | 1822,5 | 45
1620
-2025
2025

Probe 405
45
2025
1620
18225

1(0 | 35(7 | 35 $\frac{7}{10}$

Probe 350
7 hiezu
257

1(00 | 28(34 | 28 $\frac{34}{100}$

Probe 2800
34 hiezu
2834

1(000 | 89(000 | 89

Probe 89000

1(0000 | 1234(5600 | 1234 $\frac{5600}{10000}$

Probe 12340000
5600 hiezu
12345600

II. Durch Beiſpiele in Bruchsgeſtalt, welche, als in einander zu dividirende ganze Zahlen betrachtet werden können, und bei welchen die Verkleinerungsregeln mit den Zahlen von 2 bis 10 und 11 bis 30 ꝛc. ihre Anwendung finden, als:

Mit 2 laſſen ſich verkleinern

$\frac{2}{14}$ zu $\frac{1}{7}$. $\frac{4}{66}$ zu $\frac{2}{33}$. $\frac{12}{58}$ zu $\frac{6}{29}$. $\frac{2}{250}$ zu $\frac{2}{125}$. $\frac{46}{50}$ zu $\frac{23}{25}$. $\frac{10}{18}$ zu $\frac{5}{9}$. $\frac{22}{200}$ zu $\frac{11}{100}$.

Mit 3 laſſen ſich verkleinern

$\frac{3}{9}$ zu $\frac{1}{3}$. $\frac{6}{105}$ zu $\frac{2}{35}$. $\frac{33}{90}$ zu $\frac{11}{30}$. $\frac{30}{321}$ zu $\frac{10}{107}$. $\frac{123}{687}$ zu $\frac{41}{229}$. $\frac{3411}{5454}$ zu $\frac{1137}{1818}$.

Mit 4 laſſen ſich verkleinern

$\frac{4}{24}$ zu $\frac{1}{6}$. $\frac{24}{268}$ zu $\frac{6}{67}$. $\frac{248}{652}$ zu $\frac{62}{163}$. $\frac{3404}{4888}$ zu $\frac{851}{1222}$. $\frac{36}{120}$ zu $\frac{9}{30}$ und mit 3 weiter zu $\frac{3}{10}$.

Mit 5 laſſen ſich verkleinern

$\frac{5}{25}$ zu $\frac{1}{5}$. $\frac{25}{50}$ zu $\frac{5}{10}$ oder $\frac{1}{2}$. $\frac{20}{75}$ zu $\frac{4}{15}$. $\frac{25}{30}$ zu $\frac{5}{6}$. $\frac{120}{435}$ zu $\frac{24}{87}$ und mit 3 zu $\frac{8}{29}$. $\frac{205}{365}$ zu $\frac{41}{73}$.

Mit 6 laſſen ſich verkleinern

$\frac{6}{36}$ zu $\frac{1}{6}$. $\frac{24}{30}$ zu $\frac{4}{5}$. $\frac{48}{102}$ zu $\frac{8}{7}$. $\frac{12}{846}$ zu $\frac{2}{141}$. $\frac{120}{456}$ zu $\frac{20}{76}$ und 4 zu $\frac{5}{19}$.

Mit 7 laſſen ſich verkleinern

$\frac{7}{14}$ zu $\frac{1}{2}$. $\frac{21}{28}$ zu $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{777}$ zu $\frac{1}{111}$. $\frac{35}{84}$ zu $\frac{5}{12}$. $\frac{28}{49}$ zu $\frac{4}{7}$. $\frac{42}{49}$ zu $\frac{6}{7}$. $\frac{49}{98}$ zu $\frac{7}{14}$.

Mit 8 laſſen ſich verkleinern

$\frac{24}{64}$ zu $\frac{3}{8}$. $\frac{48}{64}$ zu $\frac{6}{8}$ und mit 2 zu $\frac{3}{4}$. $\frac{1664}{9848}$ zu $\frac{208}{1231}$. $\frac{2496}{7240}$ zu $\frac{312}{905}$. $\frac{64}{72}$ zu $\frac{8}{9}$.

Mit 9 laſſen ſich verkleinern

$\frac{9}{18}$ zu $\frac{1}{2}$. $\frac{27}{72}$ zu $\frac{3}{8}$. $\frac{54}{63}$ zu $\frac{6}{7}$. $\frac{54}{603}$ zu $\frac{6}{67}$. $\frac{27}{90}$ zu $\frac{3}{10}$. $\frac{36}{108}$ zu $\frac{4}{12}$ oder $\frac{1}{3}$. $\frac{216}{65700}$ zu $\frac{24}{7300}$ oder mit 4 zu $\frac{6}{1825}$.

Mit 10 laſſen ſich alle runde Zahlen verkleinern

$\frac{50}{70}$ zu $\frac{5}{7}$. $\frac{300}{400}$ zu $\frac{3}{4}$. $\frac{1300}{1400}$ zu $\frac{13}{14}$. $\frac{300}{750}$ zu $\frac{30}{75}$ oder weiter mit 5 $\frac{6}{15}$ oder $\frac{2}{5}$. $\frac{30000}{900000}$ zu $\frac{3}{90}$, oder mit 3 weiter zu $\frac{1}{30}$.

Mit einer der Zahlen von 11 bis 30 ꝛc. laſſen ſich nur zwei ſolche Zahlen geſchwind gegeneinander verkleinern, wovon die eine als 2 — 3 — 4 — 5 — 6mal ꝛc. größer, als die andern nach dem großen Einmal Eins leicht einfällt; z. B.

$\frac{22}{55}$ mit 11 zu $\frac{2}{5}$. $\frac{33}{88}$ mit 11 zu $\frac{3}{8}$. $\frac{36}{48}$ mit 12 zu $\frac{3}{4}$. $\frac{13}{39}$ mit 13 zu $\frac{1}{3}$.

$\frac{28}{42}$ mit 14 zu $\frac{2}{3}$. $\frac{30}{45}$ mit 15 zu $\frac{2}{3}$. $\frac{16}{32}$ mit 16 zu $\frac{1}{2}$. $\frac{32}{48}$ mit 16 zu $\frac{2}{3}$.

$\frac{17}{34}$ mit 17 zu $\frac{1}{2}$. $\frac{36}{54}$ mit 18 zu $\frac{2}{3}$. $\frac{38}{57}$ mit 19 zu $\frac{2}{3}$. $\frac{44}{66}$ mit 22 zu $\frac{2}{3}$.

$\frac{46}{115}$ mit 23 zu $\frac{2}{5}$. $\frac{27}{81}$ mit 27 zu $\frac{1}{3}$. $\frac{87}{174}$ mit 29 zu $\frac{3}{6}$ oder $\frac{1}{2}$.
$\frac{32}{64}$ mit 32 zu $\frac{1}{2}$.

III. Nach dieſer Übung und der dadurch erhaltenen Fertigkeit, eine jede von den vier Rechnungsarten richtig zu treffen, und dabei nach Möglichkeit zwei Zahlen gegeneinander zu verkleinern, muß dem Lehrlinge der Rechenkunſt ſein zweites Hauptſtudium ſeyn, die gegebenen fünf Unterrichte ſich ſyſtematiſch einzuprägen, damit er nicht mechaniſch lernt, wodurch die erlernten Regeln gleich wieder vergeſſen werden.

Zu dieſer ſyſtematiſchen Einprägung führt aber nicht eine überſchnellte, ſondern eine den natürlich und möglich beſt- aufeinander gegebenen Begriffen und Lehren gleichförmige Lernmethode, wobei ſich eines durch das andere aufhellet. Zur Erleichterung mag nachſtehendes Regiſter dienen, worin der Inhalt von den zwei Heften Fragweiß dargeſtellt iſt. Giebt ſich ein Lehrling die Mühe, durch fleißiges Nachſchlagen die Selbſtbeantwortung der Fragen nach und nach für ſich fertig zu erlernen, ſo wird er den reintheoretiſchen Theil der gemeinen Rechenkunſt bald und unvergeßlich im Kopfe haben.

Staatliche Bibliothek Bamberg

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schumm, Franz Michael,

Entwurf eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollständigen Unterrichts in der gemeinen Rechenkunst theoretisch und praktisch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben
Bd.: 2

1821

Bamberg, Staatsbibliothek -- RB.Ma.q.1-a(2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11770791-5